

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА (МИИТ)»
(РУТ (МИИТ))**

Одобрено кафедрой
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»

Протокол № 2 от 8 сентября 201 8 г.

Автор: Ридель Валерий Вольдемарович, д.ф.-м.н.

**ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ С МЕТОДИЧЕСКИМИ
УКАЗАНИЯМИ**

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Численные методы в инженерных расчетах

Уровень ВО: *Бакалавриат*

Форма обучения: *Заочная*

Курс: *3*

Направление: *27.03.04 Управление в технических системах (УТб)*

Профиль: *(УТ) Системы и технические средства автоматизации и управления*

Москва

Задания на курсовую работу

Задание 1.

Для заданной функции $y(x_1, x_2, x_3)$ определить: значение функции y , абсолютную погрешность $\Delta(y)$, относительную погрешность $\delta(y)$ при заданных x_1, x_2, x_3 .

Считать, что все цифры в данных верные для x_1 в широком смысле, а для x_2 и x_3 в узком смысле. При решении задачи использовать в качестве инструмента пакеты Maxima, Excel.

Вариант	y	x_1	x_2	x_3
1	$\frac{x_1^3}{x_1^2 - x_3} + \frac{x_2}{x_1}$	-1.5	1.0	2.0
2	$\frac{x_1^2 * x_3 - 3 * x_2}{x_1 + x_3^2}$	-2.5	1.1	2.1
3	$\frac{x_1^2 - x_3}{x_2^2} + x_1 * \frac{x_2}{x_3}$	-2.6	1.2	2.2
4	$\frac{3 * x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 - 2 * x_3^2}$	-2.7	1.3	2.3
5	$\frac{2 * x_1 + x_2^2}{x_2 + x_3^2}$	-2.8	1.4	2.4
6	$\frac{2 * x_1 + 3 * x_2^2}{x_2 + 2 * x_3^3}$	-2.9	1.5	2.5
7	$\frac{x_1^4 + 2 * x_2^2}{x_3 - x_1^2}$	-3.5	1.6	2.6
8	$\frac{x_1^2}{x_2^2 + x_3} + \frac{x_1}{x_2}$	-4.5	1.7	2.7
9	$\frac{x_1^2 + 3 * x_2}{x_1 + x_3^2} + x_1 * x_2$	-5.5	1.8	2.8
10	$\frac{x_3^3}{x_1^2 + x_2 + x_3^2}$	-6.5	1.9	2.9

Задание 2.

- 2.1. Интерполировать с помощью многочлена Лагранжа функцию, заданную таблицей (таблица П1): составить многочлен Лагранжа по трем произвольно выбранным узлам и вычислить его используя в качестве инструмента пакет Maxima.
- 2.2. Интерполировать эти же данные (все узлы), используя встроенные в Maxima функции (**lagrange**).
- 2.3. Построить на одном рисунке графики интерполяционных функций, построенных в соответствии с заданиями 2.1 и 2.2.

Таблица П.1

№ Вар.\ № точки	1	2	3	4	5	6
-----------------	---	---	---	---	---	---

	x	0	1	2	3	4	5
0	y	15,7	14,8	21,4	22,3	30,6	32,7
1		18,1	25,3	29,4	28,5	32	36,5
2		12,9	32,25	42	42,8	55	69,6
3		20,81	33,95	40,39	50,6	59,3	59,7
4		11,4	25,6	31,5	38,4	50,7	52,4
5		21,1	20,7	32,7	40,8	54,6	53,4
6		29,7	33,4	32	44,5	53,3	65
7		22,52	34,5	27,2	38,5	50,8	61,8
8		3,21	21,3	71,6	45,6	78,5	6,12
9		5,12	1,23	3,26	4,23	12,5	36,98

Задание 3.

- 3.1. Провести линейную регрессию, используя координаты исходных точек, приведенных в таблице (табл. П.2). Для проведения регрессии использовать метод наименьших квадратов. Вычисления выполнить в *Math* и *Excel*'е.
- 3.2. Провести регрессию для исходных данных (см. табл. П.2), используя встроенные *Math*-функции (например, **`simple_linear_regression`**).
- 3.3. Построить на одном рисунке графики, соответствующие зависимостям, полученным по 3.1. и 3.2.

Таблица П.2

№ Вар.\ № точки		1	2	3	4	5	6
	x	0	1	2	3	4	5
0	y	15,7	14,8	21,4	22,3	30,6	32,7
1		18,1	25,3	29,4	28,5	32	36,5
2		12,9	32,25	42	42,8	55	69,6
3		20,81	33,95	40,39	50,6	59,3	59,7
4		11,4	25,6	31,5	38,4	50,7	52,4
5		21,1	20,7	32,7	40,8	54,6	53,4
6		29,7	33,4	32	44,5	53,3	65
7		22,52	34,5	27,2	38,5	50,8	61,8
8		28,9	31,5	50,3	42,1	63,4	58,8
9		28,3	22,6	38,2	47	50,9	56

Задание 4.

- 4.1. Вычислить определенный интеграл (табл. П.3) методом прямоугольников, трапеций и Симпсона в пакете *Math* и *Excel*.
- 4.2. Вычислить тот же интеграл при помощи встроенных в *Math* функций (**`integrate`**, **`romberg`**, **`quad_qags`**, **`risch`**) и сравнить результаты по точности.

Таблица П.3

№ Вар.	Задание	№ Вар.	Задание
0	$\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1.3}}$	5	$\int_{1.2}^{2.8} \frac{\lg(1 + x^2)}{2x - 1} dx$
1	$\int_{1.6}^{2.4} (x + 1) \sin(x) dx$	6	$\int_{0.32}^{0.66} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2.3}}$

2	$\int_{0.6}^{0.72} (\sqrt{x} + 1) \lg(2x) dx$	7	$\int_{0.4}^{1.2} \frac{\cos(x)}{x+2} dx$
3	$\int_{1.2}^{2.7} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$	8	$\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$
4	$\int_{2.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$	9	$\int_{0.6}^{1.4} \frac{dx}{\sqrt{12x^2 + 0.5}}$

Задание 5

Методом половинного деления и методом итераций найти корень уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $x \in [a, b]$ с точностью 0.0001. (см. таблицу) и проверить его с помощью встроенных maxima-функций.

№ Варианта	$f(x)$	$[a, b]$
0	$x^5 - 15 \cdot x^2 - 10^3$	$[3, 5; 4, 2]$
1	$x^5 - 15 \cdot x - 10^3$	$[3, 8; 4, 5]$
2	$x^5 - 5 \cdot x^3 + 10$	$[1, 1; 1, 7]$
3	$x^3 + x - 3$	$[-10; 10]$
4	$x^3 + x^2 - x + 0.5$	$[0, 1; 1, 1]$
5	$x^7 - 100 \cdot x^5 + 10$	$[0, 1; 0, 7]$
6	$x^9 + 3 \cdot x^3 - 10^3$	$[1; 2, 3]$
7	$x^5 - 15 \cdot x^4 - 10^3$	$[14, 8; 15, 3]$
8	$x^7 - 15 \cdot x^5 + 10$	$[0, 1; 1, 1]$
9	$x^9 - 15 \cdot x^2 - 10^3$	$[2; 2, 4]$

Задание 6

Методом Ньютона найти корень уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $x \in [a, b]$ с точностью 0.0001. (См. таблицу П.4.)

6.1 Начальное приближение определить в пункте а) с помощью условия сходимости, а в пункте б) графически. Использовать пакеты Maxima и Excel.

6.2 Решить эту задачу с помощью встроенных функции (**newton, real_roots...**).

Таблица П.4

№ Варианта	$f(x)$	$[x^*; x^{**}]$	$f(x)$	$[a, b]$
0	а) $x^5 - 15 \cdot x^2 - 10^3$	$[3, 5; 4, 2]$	б) $\sin^6 x - 0,9$	$[1, 1; 1, 5]$
1	а) $x^5 - 15 \cdot x - 10^3$	$[3, 8; 4, 5]$	б) $x^{15} + 3 \cdot x^2 - 10$	$[1; 1, 5]$
2	а) $x^5 - 5 \cdot x^3 + 10$	$[1, 1; 1, 7]$	б) $\lg(x) - 5x^2 + 1 = 0$	$[-1; 1]$
3	а) $x^3 + x - 3$	$[-10; 10]$	б) $\sin^4 x - \sin^3 x$	$[0, 3; 1]$
4	а) $x^3 + x^2 - x + 0.5$	$[0, 1; 1, 1]$	б) $x^{15} + 3 \cdot x^2 - 100 \cdot \sin x$	$[-0, 3; 0, 5]$
5	а) $x^7 - 100 \cdot x^5 + 10$	$[0, 1; 0, 7]$	б) $\sin^4 x - 0,3$	$[0, 5; 1]$
6	а) $x^9 + 3 \cdot x^3 - 10^3$	$[1; 2, 3]$	б) $\sin^3 x - 0,32 \cdot x + 5$	$[0, 5; 19]$

7	а) $x^5 - 15 \cdot x^4 - 10^3$	$[14, 8; 15, 3]$	б) $x^5 + 3 \cdot x^2 - 10$	$[1; 1, 8]$
8	а) $x^7 - 15 \cdot x^5 + 10$	$[0, 1; 1, 1]$	б) $\sin^3 x - 0, 3$	$[0, 5; 1]$
9	а) $x^9 - 15 \cdot x^2 - 10^3$	$[2; 2, 4]$	б) $\sin^6 x - 0, 2$	$[0, 5; 1, 5]$

Задание 7.

7.1. Решить неоднородную систему линейных алгебраических уравнений (см. табл. П.6, Задание а)) в интегрированном пакете Maxima и Excel по методу Крамера;

7.2. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений (см. табл. П.6, Задание б)) при помощи встроенных в Maxima функций (.linsolve, algsys).

Таблица П.6

№ Вар.	Задание а)	Задание б)
0	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3; \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ 5x_1 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
1	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 10; \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11; \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 - 14x_3 = 0. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 0; \\ 2x_1 + 11x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 3x_3 = 2; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4; \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 0; \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 4x_3 = -2; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5; \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 12x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 0; \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0; \\ 8x_1 + 9x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 4x_3 = -4; \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2; \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 10x_1 - 8x_2 + 3x_3 = 0; \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6; \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 18; \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0; \\ 3x_1 - 11x_2 - 3x_3 = 0; \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

8	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 8; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 10; \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 - 8x_2 + 6x_3 = 0; \\ 2x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 8; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -1; \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 0; \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 0. \end{cases}$

Задание 8.

- 8.1. Найти частное решение дифференциального уравнения первого порядка (см. Таб.7) методом Эйлера и модифицированным методом Эйлера на отрезке $[a;b]$ при шаге вычислений $h=0.1$ символьно в пакете **Mathima**.
- 8.2. Найти частное решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-го порядка при помощи встроенной функции **rk**.
- 8.3. Найти частное решение дифференциального уравнения при помощи встроенной в **Mathima** функций (**ode2**). Сравнить результаты по точности.

Таблица П.7

№ Варианта	Задание
0	$y' = x^2 - 2y, y(1) = 2, a=1, b=1.5$
1	$y' - 2y = x^2, y(0) = 1, a=0, b=1$
2	$y' + 2y = x, y(0) = 1, a=0, b=1$
3	$y' - 5y = 1 - 3x, y(0) = 1, a=0, b=1$
4	$y' = xy - \frac{y}{x}, y(2) = 3, a=2, b=2.5$
5	$y' + y = x^2 - x, y(0) = 2, a=0, b=1$
6	$y' - y = e^x, y(0) = 1, a=0, b=1$
7	$y' + 4y = e^{-x}, y(0) = 1, a=0, b=1$
8	$y' = xy + \frac{y}{x}, y(3) = 4, a=3, b=3.5$
9	$y' = -y + e^x, y(0) = 1, a=0, b=0.5$

- 8.4. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка (см. Таб.8) методом Эйлера и на отрезке $[a;b]$ при шаге вычислений $h=0.1$ в пакете **Mathima**.
- 8.5. Найти частное решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-го порядка при помощи встроенной функции **rk**.
- 8.6. Найти частное решение дифференциального уравнения при помощи встроенной в **Mathima** функций (**ode2**). Сравнить результаты по точности.

Таблица П.8

1	$y'' - y = \sin x + \cos 2x$	$y(0) = 1.8$	$y'(0) = -0.5$	$[0; 2]$
2	$y'' - 3 \cdot y' = e^{5x}$	$y(0) = 2.2$	$y'(0) = 0.8$	$[0; 0.25]$
3	$y'' + 4 \cdot y = \cos 3x$	$y(0) = 0$	$y'(0) = 1$	$[0; 1]$

4	$y'' - y' - 6 \cdot y = 2 \cdot e^{4x}$	$y(0) = 0$	$y'(0) = -0.3$	[0; 1]
5	$y'' - 2 \cdot y' + y = 5 \cdot x \cdot e^x$	$y(0) = -0.9$	$y'(0) = -0.583$	[0; 1]
6	$y'' + y' - 6 \cdot y = 3 \cdot x^2 - x - 1$	$y(0) = -0.9$	$y'(0) = 3.2$	[0; 1]
7	$8 \cdot y'' + 2 \cdot y' - 3 \cdot y = x + 5$	$y(0) = \frac{1}{9}$	$y'(0) = -\frac{7}{2}$	[0; 1]
8	$x^2 \cdot y'' - 2 \cdot y = 0$	$y(1) = 1$	$y'(1) = -1$	[1; 2]
9	$y'' - 4 \cdot y' + 5 \cdot y = 3 \cdot x$	$y(0) = 2.5$	$y'(0) = 2.2$	[0; 0.5]
10	$y'' - 5 \cdot y' + 6 \cdot y = e^{x^3}$	$y(0) = 0$	$y'(0) = 0$	[0; 0.25]