

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА (МИИТ)»
(РУТ (МИИТ))**

Одобрено кафедрой
«ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНАЯ АВТОМАТИКА ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ»

Протокол № _____ от _____ 201__ г.

Автор: к. т. н., доцент Неваров П. А.

**ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ С МЕТОДИЧЕСКИМИ
УКАЗАНИЯМИ**

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Электромагнитные поля и волны»

Уровень ВО: *Бакалавриат*

Форма обучения: *Заочная*

Курс: *3*

Специальность/Направление: *11.03.02 Инфокоммуникационные технологии
и системы связи (ИТб)*

Специализация/Профиль/Магистерская программа: *(ИТ) Оптические
системы и сети связи*

ЗАДАЧА 1

По стальному проводу [электрическая проводимость $\gamma = 10^7$ (Ом · м)⁻¹ ; относительная магнитная проницаемость $\mu = 10^3$] диаметром $2a = 6,04$ мм течет синусоидальный ток $I = 100$ А частотой f Гц.

Определить плотность тока на поверхности и на оси провода.

Вариант численного значения частоты тока определяется по формуле:

$$f = 1,38866 \cdot n^2 \text{ Гц},$$

где n – последняя цифра шифра студента (цифра 0 соответствует $n = 10$).

Привести вывод формул для определения плотности тока δ и напряженности H в любой точке сечения провода, не учитывая влияния обратного провода на поле в прямом проводе. При решении задачи использовать цилиндрическую систему координат.

Решение задачи следует начать с обязательной проверки соотношения между током проводимости и током смещения в данном проводнике, что является важным обоснованием для всех последующих рассуждений.

Примечание: Если две последние цифры шифра студента оканчиваются на 46, для выбора вариантов следует использовать комбинацию 64, поскольку решение на 46 полностью приведены в задании на контрольную работу в виде примеров.

Методические указания

Рассмотрим особенности распространения электромагнитной волны в проводящей среде с проводимостью γ и магнитной проницаемостью μ а .

Обратимся к первому и второму уравнениям Максвелла, записанным в комплексной форме для синусоидально изменяющихся во времени E и H :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + j\omega\epsilon_a \mathbf{E} \quad \text{и} \quad \text{rot } \mathbf{E} = -j\omega\mu_a \mathbf{H}.$$

В проводящей среде даже при очень высоких частотах произведение $\omega\epsilon_a$ много меньше проводимости γ . Поэтому с большой степенью точности слагаемым $j\omega\epsilon_a E$ в первом уравнении Максвелла для проводящих сред можно пренебречь. Следует отметить, что в настоящее время наука не располагает точными данными о числовом значении электрической проницаемости ϵ для металлов. Имеются лишь сведения, что порядок ϵ для металлов такой же, как и для большинства диэлектриков (т.е. от нескольких единиц до нескольких десятков).

Вектор плотности тока δ , записанный в комплексной форме для синусоидально изменяющихся во времени δ и тока I , удобно направить в положительном направлении оси z , поэтому $\delta = z_0 \delta$.

Таким образом первое и второе уравнения Максвелла для проводящей среды приобретают вид:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} = \delta \quad \text{rot } \mathbf{E} = -j\omega\mu_a \mathbf{H},$$

или, умножив последнее на γ ,

$$\text{rot } \delta = -j\omega\gamma\mu_a \mathbf{H}.$$

Возьмем ротор от последнего уравнения :

$$\text{rot rot } \delta = \text{grad div } \delta - \nabla^2 \delta = -j\omega\gamma\mu_a \delta,$$

или, считая процесс течения тока установившимся, т.е. $\text{div } \delta = 0$ и подставляя $\delta = z_0 \delta$, перейдем к скалярному уравнению

$$\nabla^2 \delta = j\omega\gamma\mu_a \delta,$$

которое и требуется решить в цилиндрической системе координат. Учитывая вид оператора $\nabla^2 = \text{div grad}$ в этой системе координат, а также то, что δ от α и от z не зависит (из соображений симметрии), получим :

$$\frac{1}{r} \left(\frac{d\delta}{dr} + r \frac{d^2\delta}{dr^2} \right) = j\omega\gamma\mu_a \delta \quad \text{или} \quad \frac{d^2\delta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\delta}{dr} = j\omega\gamma\mu_a \delta.$$

Введем обозначение $q^2 = -j\omega\gamma\mu_a$, тогда уравнение примет вид :

$$\frac{d^2\delta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\delta}{dr} + q^2 \delta = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2\delta}{d(qr)^2} + \frac{1}{qr} \frac{d\delta}{d(qr)} + \delta = 0.$$

Последнее уравнение является частным случаем уравнения Бесселя относительно аргумента $x = qr$ и функции $y = \delta$. Его решение имеет вид :

$$\delta = AJ_0(qr) + BN_0(qr),$$

где A и B – постоянные интегрирования; $J_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка первого рода; $N_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода. Последняя обращается в бесконечность на оси провода, т.е. при $r = 0$, хотя из очевидных физических соображений ясно, что плотность тока должна быть всюду конечна, в том числе и на оси провода. Поэтому принимаем $B = 0$. Следовательно, решение имеет вид:

$$\delta = AJ_0(qr).$$

Используя второе уравнение Максвелла, определим напряженность магнитного поля:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{q^2} \operatorname{rot} \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\alpha}_0 \left(-\frac{1}{q^2} \frac{d\boldsymbol{\delta}}{dr} \right) = \boldsymbol{\alpha}_0 \mathbf{H};$$

Отсюда

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{q^2} \frac{d}{dr} [A J_0(qr)] = -\frac{A}{q} \frac{d[J_0(qr)]}{d(qr)} = -\frac{A}{q} [-J_1(qr)] = \frac{A}{q} J_1(qr),$$

где $J_1(qr)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Определим постоянную интегрирования A , для чего только что полученное выражение для $\mathbf{H}$, взятое на поверхности провода (при $r = a$) приравняем к известному выражению для $\mathbf{H}$ из закона полного тока:

$$\frac{A}{q} J_1(qa) = \frac{I}{2\pi a}, \quad \text{откуда} \quad A = \frac{qI}{2\pi a J_1(qa)}.$$

Подставим найденное значение A в полученные выше решения для $\boldsymbol{\delta}$ и $\mathbf{H}$:

$$\boldsymbol{\delta} = \frac{qI J_0(qr)}{2\pi a J_1(qa)}; \quad \mathbf{H} = \frac{I J_1(qr)}{2\pi a J_1(qa)}.$$

С помощью этих формул можно определить комплекс плотности тока $\boldsymbol{\delta}$ и комплекс напряженности поля $\mathbf{H}$ в любой точке сечения провода. Радиус r может принимать значения от 0 до a . Для точек на оси провода $r = 0$; для точек на поверхности провода $r = a$.

Так как $J_0(0) = 1$, то плотность тока на оси провода: $\boldsymbol{\delta}_0 = \frac{qI}{2\pi a J_1(qa)}.$

Введем это выражение в формулу решения: $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}_0 J_0(qr).$

Тогда плотность тока на поверхности провода: $\boldsymbol{\delta}_a = \boldsymbol{\delta}_0 J_0(qa).$

Очевидно, что произведение qr есть комплексное число:

$$qr = r \sqrt{\omega\gamma\mu_a} \sqrt{-j}.$$

Бесселевы функции от комплексного аргумента также являются комплексными и могут быть представлены в показательной форме:

$$J_0(qr) = b_0 e^{j\beta_0}; \quad J_1(qr) = b_1 e^{j\beta_1},$$

где b_0 – модуль, а β_0 – аргумент функции $J_0(qr)$; b_1 – модуль, а β_1 – аргумент функции $J_1(qr)$, которые определяются по значению $r \sqrt{\omega\gamma\mu_a}$ с помощью Табл.1. При составлении этой таблицы наличие множителя $\sqrt{-j}$ в составе аргумента qr уже учтено.

Таблица модулей и аргументов функций $J_0(qr)$ и $J_1(qr)$

$r \sqrt{\omega \gamma \mu_a}$	b_0	β_0 , град	b_1	β_1 , град
0	1	0	0	- 45,00
1	1,015	14,22	0,501	- 37,84
2	1,229	52,28	1,041	- 16,73
3	1,95	96,52	1,80	15,71
4	3,439	138,19	3,173	53,90
5	6,231	178,93	5,812	93,55
6	11,501	219,62	10,850	133,45
7	21,548	260,29	20,50	173,51
8	40,82	300,92	39,07	213,69
9	77,96	341,52	74,97	253,95
10	149,8	382,10	144,58	294,27

Пример решения

Пусть последняя цифра шифра студента $n = 6$.

1. Определим, во сколько раз ток проводимости в стали будет больше тока смещения. Положим: $\varepsilon = 10$; $\omega = 100$ рад / с. Тогда отношение:

$$\frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{10^7}{100 \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 10} = 1,129 \cdot 10^{15},$$

где электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Ф / м .

Увеличение частоты ω даже на несколько порядков не существенно скажется на результате, а именно: в проводнике ток проводимости во много раз больше тока смещения.

2. Определим частоту переменного тока $f = 1,38866 \cdot 6^2 = 49,992$ Гц.

3. Рассчитаем параметр $\sqrt{\omega \gamma \mu_a} = \sqrt{2 \pi f \gamma \mu_a} = \sqrt{2 \pi f \gamma \mu_0 \mu} =$
 $= \sqrt{2 \pi \cdot 49,992 \cdot 10^7 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3} = 1986,76$ м⁻¹. Здесь учтено, что $\omega = 2 \pi f$, $\mu_a =$
 $\mu_0 \cdot \mu$ и что $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м ;

4. Комплексная величина $q = 1986,76 \sqrt{-j} = 1986,76 e^{-j 45^\circ}$;

5. Выражение $a \sqrt{\omega \gamma \mu_a} = 0,00302 \cdot 1986,76 = 6,000$.

6. По табл. 1 найдем:

$$J_0(qa) = J_0(6 \sqrt{-j}) = 11,501 e^{j 219,62^\circ}; b_0 = 11,501; \beta_0 = 219,62^\circ;$$

$$J_1(qa) = J_1(6 \sqrt{-j}) = 10,850 e^{j 133,45^\circ}; b_1 = 10,850; \beta_1 = 133,45^\circ;$$

$$J_0(0) = 1 e^{j 0^\circ}; b_0 = 1; \beta_0 = 0^\circ;$$

$$J_1(0) = 0 e^{-j 45^\circ}; b_1 = 0; \beta_1 = -45,00^\circ.$$

7. Определим плотность тока на оси провода:

$$\delta_0 = \frac{qI}{2\pi a J_1(qa)} = \frac{1986,76 e^{-j45^\circ} \cdot 100}{2\pi \cdot 0,00302 \cdot 10,850 e^{j133,45^\circ}} = 96,500 \cdot 10^4 e^{-j178,45^\circ} \text{ A/m}^2.$$

8. Определим плотность тока на поверхности провода:

$$\begin{aligned} \delta_a &= \delta_0 J_0(qa) = 96,5 \cdot 10^4 e^{-j178,45^\circ} \cdot 11,501 e^{j219,62^\circ} = \\ &= 1109,85 \cdot 10^4 e^{j41,17^\circ} \text{ A/m}^2 \end{aligned}$$

Задача 2.

В однородной бесконечной среде с параметрами ϵ , μ , σ вдоль оси Z распространяется плоская электромагнитная волна (ПЭМВ.рис.1.

Составляющие ПЭМВ (вектор E и вектор H) изменяются по гармоническому закону.

Частота f и поляризация ПЭМВ – заданы.

Числовые значения ϵ , μ , σ и f приведены в таблице.

В точке A известна комплексная амплитуда одной из составляющих ПЭМВ.



Рис.1

Задание 1. Определить тип среды, в которой распространяется ПЭМВ

Задание 2. Рассчитать характеристики ПЭМВ с учетом типа среды

Задание 3. Записать в точке B, отстоящей от точки A на расстояние L, комплексные амплитуды векторов E и H и вектор Пойнтинга.

Задание 4. Записать мгновенные значения векторов E и H в момент времени t.

Последние две цифры шифра	Среда1			t мкс	f, МГц	поляризация.	E_A мВ/м	L м
	ϵ	мкс	σ					
01	14	1	0	2	1933	Верт	$20 \cdot \exp(-j0.7)$	12
02	16	1	0	8	1134	Верт	$24 \cdot \exp(-j0.5)$	12
03	18	1	0	6	135	Верт	$15 \cdot \exp(-j0.6)$	12
04	20	1	0	11	436	Верт	$56 \cdot \exp(-j0.7)$	12
05	1.7	1	0	13	537	Гор	$67 \cdot \exp(-j0.07)$	12
06	3	1	0	34	638	Гор	$18 \cdot \exp(-j0.3)$	12
07	4	1	0	21	739	Гор	$29 \cdot \exp(-j1.4)$	12
08	5	1	0	22	940	Верт	$45 \cdot \exp(-j1.3)$	12
09	6	1	0	45	141	Верт	$4.1 \cdot \exp(-1.1)$	12
10	7	1	0	23	242	Гор	$0.32 \cdot \exp(-j1.1)$	12
11	8	1	0	7	743	Гор	$4.3 \cdot \exp(-j1.2)$	12
12	9	1	0	8	644	Верт	$4.4 \cdot \exp(-j1.3)$	12

13	10	1	0	51	545	Верт	$4.5 \cdot \exp(-j \ 1.1)$	12
14	9.0	1	0	43	446	Верт	$4.6 \cdot \exp(-j \ 1.1)$	12
15	1.1	1	0	33	347	Верт	$4.7 \cdot \exp(-j1.06)$	12
16	1.2	1	0	5	148	Верт	$4.8 \cdot \exp(-j \ 1.7)$	12
17	1.3	1	0	55	249	Верт	$0.49 \cdot \exp(-j3 \)$	12
18	1.4	1	0	34	850	Гор	$0.5 \cdot \exp(-j2 \)$	12
19	1	1	0	1	751	Верт	$0.51 \cdot \exp(-j0.77 \)$	12
20	1	1	0	2	52	Верт	$5.2 \cdot \exp(-j0.44 \)$	12
21	1	1	0	3	153	Верт	$5.3 \cdot \exp(-j \ 0.099)$	12
22	1	1	0	4	2354	Гор	$5.4 \cdot \exp(-j0.056 \)$	12
23	1	1	0	5	355	Верт	$55 \cdot \exp(-j0.007 \)$	12
24	1	1	0	7	156	Верт	$5.6 \cdot \exp(-j \ 0.086)$	12
25	1	1	0	6	3357	Верт	$5.7 \cdot \exp(-j0.8 \)$	12
26	1	1	0	11	958	Гор	$0.58 \cdot \exp(-j0.9 \)$	12
27	1	1	0	66	559	верт	$5.9 \cdot \exp(-j0.88 \)$	12
28	2	1	0	45	460	гор	$0.60 \cdot \exp(-j0.99 \)$	12
29	4	1	0	62	361	верт	$6.1 \cdot \exp(-j0.46 \)$	12
30	6	1	0	122	162	Гор	$0.62 \cdot \exp(-j3 \)$	12
31	7	1	0	0.001	200	Верт	$65.7 \cdot \exp(-j0.58 \)$	10
32	8	1	0	0.002	300	Гор	$0.88 \cdot \exp(-j0.4 \)$	9
33	9	1	0	0.003	400	верт	$5.0 \cdot \exp(-j0.50 \)$	8
34	3.7	1	0	0.0003	500	Верт	$1.7 \cdot \exp(-j0.18 \)$	7
35	2.1	1	0	0.0004	600	Гор	$0.58 \cdot \exp(-j0.09 \)$	6
36	2.5	1	0	0.0005	700	верт	$5.9 \cdot \exp(-j0.68 \)$	0.8
37	4.1	1	0	0.005	800	гор	$0.60 \cdot \exp(-j0.009 \)$	5
38	7.5	1	0	0.006	900	верт	$6.1 \cdot \exp(-j0.5 \)$	4
39	1	1	0	0.008	1100	Гор	$0.62 \cdot \exp(-j2 \)$	3
40	1	1	0	0.009	1200	Верт	$5.7 \cdot \exp(-j0.1 \)$	1

№ По списку	Параметры среды			t	f, МГц	поляризация	E _A мВ/м	L м
	ε	мкс	σ	мкс				
41	1	1	0	1	234	Верт	$0.01 \cdot \exp(-j1.4 \)$	12
42	1	1	0	2	311	Верт	$0.02 \cdot \exp(-j \ 1.5)$	12
43	1	1	0	3	48	Гор	$0.03 \cdot \exp(-j1.2 \)$	12
44	1	1	0	4	53	Гор	$0.04 \cdot \exp(-j1.1 \)$	12
45	1	1	0	6	66	Верт	$0.05 \cdot \exp(-j \ 2.3)$	12
46	1	1	0	7	75	Гор	$0.06 \cdot \exp(-j2.3 \)$	12
47	1	1	0	3	218	Гор	$10.7 \cdot \exp(-j1.2 \)$	12
48	1	1	0	8	94	Гор	$0.08 \cdot \exp(-j \ 0.44)$	12
49	1	1	0	10	110	Гор	$20.9 \cdot \exp(-j2)$	12
50	1	1	0	34	101	Гор	$10.12 \cdot \exp(-j2 \)$	12
51	1	1	0	45	112	Верт	$20.15 \cdot \exp(-j3 \)$	12
52	1	1	0	2	713	Верт	$10.16 \cdot \exp(-j \ 4)$	12
53	1	1	0	3	314	Верт	$10.18 \cdot \exp(-j4 \)$	12
54	1	1	0	1	415	Гор	$0.019 \cdot \exp(-j \ 1.1)$	12

55	1	1	0	12	316	Гор	$0.021 \cdot \exp(-j \ 9)$	12
56	1	1	0	13	17	Верт	$10.22 \cdot \exp(-j0.6)$	12
57	1	1	0	61	218	Верт	$0.023 \cdot \exp(-j0.8)$	12
58	1	1	0	12	119	Верт	$10.24 \cdot \exp(-j \ 0.4)$	12
59	1	1	0	11	201	Верт	$0.205 \cdot \exp(-j \ 1.09)$	12
60	1	1	0	10	1	Гор	$10.26 \cdot \exp(-j2.1)$	12
61	1	1	0	9	121	Гор	$0.207 \cdot \exp(-j0.5)$	12
62	1	1	0	6	22	Гор	$30.28 \cdot \exp(-j0.4)$	12
63	1	1	0	8	223	Гор	$0.209 \cdot \exp(-0.3j)$	12
64	1	1	0	9	124	Гор	$0.28 \cdot \exp(-j \ 0.1)$	12
65	1	1	0	6	25	Гор	$0.25 \cdot \exp(-j \ 1.1)$	12
66	2	1	0	9	226	Гор	$0.16 \cdot \exp(-j0.07)$	12
67	4	1	0	7	527	Гор	$0.107 \cdot \exp(-j0.04)$	12
68	5	1	0	9	128	Верт	$2.18 \cdot \exp(-j0.77)$	12
69	6	1	0	4	29	Верт	$1.19 \cdot \exp(-j \ 0.55)$	12
70	8	1	0	5	130	Верт	$10.30 \cdot \exp(-j1.1)$	12
71	2.5	1	0	0.02	300	Гор	$15.7 \cdot \exp(-j0.2)$	9
72	1.5	1	0	0.03	400	Гор	$0.8 \cdot \exp(-j \ 0.4)$	8
73	3	1	0	0.04	500	Гор	$2.9 \cdot \exp(-j2)$	7
74	2.3	1	0	0.05	550	Гор	$1.19 \cdot \exp(-j \ 0.55)$	6
75	3	1	0	0.06	600	Гор	$0.001 \cdot \exp(-j1.51)$	5
76	3.7	1	0	0.002	700	Верт	$0.17 \cdot \exp(-j1.51)$	4
77	4.5	1	0	0.001	800	Верт	$0.18 \cdot \exp(-j0.77)$	3
78	5.5	1	0	0.005	850	Верт	$1.9 \cdot \exp(-j \ 0.55)$	2
79	2.1	1	0	0.006	900	Верт	$1.30 \cdot \exp(-j1.1)$	11.5
80	3.5	1	0	0.002	950	Гор	$0.6 \cdot \exp(-j1.35)$	4
81	1	1	0	8	211	Гор	$0.405 \cdot \exp(-j0.6)$	12
82	1	1	0	7	57	Гор	$33.58 \cdot \exp(-j0.5)$	12
83	1	1	0	9	254	Гор	$0.307 \cdot \exp(-0.2j)$	12
84	1	1	0	4	129	Гор	$0.30 \cdot \exp(-j \ 0.1)$	12
85	1	1	0	11	19	Гор	$0.4 \cdot \exp(-j \ 1.8)$	13
86	2	1	0	10	311	Гор	$0.17 \cdot \exp(-j0.04)$	12
87	4	1	0	8	489	Гор	$0.125 \cdot \exp(-j0.04)$	12
88	5	1	0	10	154	Верт	$4.18 \cdot \exp(-j0.88)$	11
89	6	1	0	5	45	Верт	$2.19 \cdot \exp(-j \ 1.55)$	12
90	8	1	0	5	145	Верт	$17.30 \cdot \exp(-j1.4)$	12
91	2.4	1	0	0.05	400	Гор	$14.7 \cdot \exp(-j0.5)$	9
92	1.1	1	0	0.08	452	Гор	$0.9 \cdot \exp(-j \ 0.8)$	8
93	4	1	0	0.07	500	Гор	$2.7 \cdot \exp(-j3)$	7

94	2.3	1	0	0.05	550	Гор	$2.8 \cdot \exp(-j3)$	6
95	5	1	0	0.07	650	Гор	$0.0001 \cdot \exp(-j1.55)$	5
96	3.5	1	0	0.004	692	Верг	$0.18 \cdot \exp(-j1.8)$	4
97	4.8	1	0	0.001	952	Верг	$0.2 \cdot \exp(-j0.8)$	3
98	5.56	1	0	0.05	843	Верг	$1.5 \cdot \exp(-j0.85)$	2
99	2.8	1	0	0.005	950	Верг	$1.35 \cdot \exp(-j1.17)$	11.5
00	3.6	1	0	0.02	1000	Гор	$0.5 \cdot \exp(-j1.85)$	3

Методические указания:

Введем сокращенное написание - ПЭМВ (плоская электромагнитная волна).

К характеристикам ПЭМВ относятся

Фазовая скорость $\rightarrow V_{\phi} = \frac{\omega}{k}$;

Волновое число $\rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$;

Длина волны $\rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{2\pi}{2\pi f \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{f \sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$

Постоянная распространения $\rightarrow \gamma = \alpha - j\beta$,

(где β - коэффициент фазы, α - коэффициент затухания).

Для свободного пространства: ($\epsilon = 1, \mu = 1, \sigma = 0$.)

$$V_{\phi} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = C$$

$$k = 2\pi / \lambda_0$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{C}{f}, \text{ где } C \text{ — скорость света (} C=3 \cdot 10^8 \text{ м\c) ;}$$

$$\alpha = 0 ; \beta = k ; \gamma = -jk .$$

Тип среды 2 нужно определить. Используя правило классификации сред, определим тип среды.

Для этого нужно рассчитать комплексную диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon_a = \varepsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}$ и сравнить ее реальную и мнимую части.

Обозначим реальную часть A1; $A1 = \varepsilon_a$, где $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon_r$.

(ε_0 - электрическая постоянная вакуума, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} * 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$;

ε_r - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика – выбирается из задания).

Обозначим мнимую часть A2; $A2 = \sigma / \omega$, где σ - удельная проводимость;

ω – угловая частота ($\omega = 2\pi f$)

Сравниваем A1 и A2.

Если $A1 \gg A2$, то среда – диэлектрик.

Если $A1 \geq$ или $\approx A2$, то это среда с потерями

Если $A1 \ll A2$, то среда – проводник.

ПРИМЕЧАНИЕ: Если в задании указано, что $\sigma = 0$, то это диэлектрик. Характеристики ПЭМВ в этом случае рассчитываются по формулам для диэлектрика, приведенным ниже.

В зависимости от типа среды используйте формулы, приведенные ниже:

Расчетные формулы для расчета характеристик ПЭМВ в среде 2

Для диэлектрика ($\varepsilon \neq 1, \mu = 1, \sigma = 0$):

$$V_{\phi} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{C}{\sqrt{\varepsilon}}$$

$$\lambda_d = \frac{C}{f \sqrt{\varepsilon}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}$$

$$\alpha = 0; \quad k = 2\pi / \lambda_d; \quad \gamma = -jk$$

Для среды с потерями:

$$V_{\phi} = \omega \quad \beta = 2\alpha \quad \mu_a \sigma;$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon_a^2 \omega^2}} \right]^{1/2}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon_a^2 \omega^2}} \right]^{1/2}$$

Фаза ПЭМВ вычисляется по формуле:

$$\Phi = (2\pi / \lambda_{\text{среды}}) * L,$$

Где $\lambda_{\text{среды}}$ - длина волны в среде (тип среды ранее определен), L – путь, который прошла ПЭМВ. Фазу в начале координат (точка O) можно принять за ноль (так как в задании не сказано о начальном значении фазы). Тогда путь L – это расстояние от точки O до точки, соответствующей расстоянию OL .

Фаза вычисляется так:

$$\varphi = (2\pi / \lambda) L$$

Где $\lambda_{\text{среды}}$ – длина волны в среде, в которой распространяется ПЭМВ;

L - расстояние от начала координат до заданной точки.

Для свободного пространства

$$\lambda = c / f, \text{ где } c \text{ – скорость света}$$

Для диэлектрика:

$$\lambda = c / (f \sqrt{\epsilon}), \text{ где}$$

ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

В нашем случае за начало координат рекомендуется принять точку O , т.к. от этой точки ведется отсчет до точек A и B . В начале координат (точка O) фазу (φ_A) можно принять за ноль..

Тогда фаза в точке A будет:

$$\varphi_B = (2\pi / \lambda) L_{OA}, \text{ где}$$

L_{OA} -расстояние от точки O до точки A в метрах.

Фаза в точке B :

$\varphi_B = (2\pi / \lambda) L_{OB}$, где L_{OB} - расстояние от точки A до точки B .