

Горелик А.В., Ермакова О.П.

ПРАКТИКУМ ПО ОСНОВАМ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Учебное пособие для студентов специальности 190901 «Системы
обеспечения движения поездов»

Москва - 2010

Рецензенты: Митрохин В.Е. , доктор технических наук, профессор
Зав. кафедры «Системы передачи информации» ОмГУПС.
Шалягин Д.В., доктор технических наук, профессор,
начальник отдела ПКТБ ЦШ филиала ОАО «РЖД».

Горелик А.В., Ермакова О.П. Практикум по основам теории надежности.- М.:

В учебном пособии содержатся задачи по всем основным разделам дисциплины «Основы теории надежности», которая входит в перечень базовых дисциплин федерального государственного образовательного стандарта по специальности 190901 «Системы обеспечения движения поездов».

В него включены задачи по расчету показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий при основном и резервном соединении элементов, а также задачи по оценке показателей надежности по данным об их отказах, полученным по результатам испытаний. В каждой главе приведены краткие сведения из теории надежности, типовые примеры и задачи с ответами. Пособие включает как простые задачи, полезные при первоначальном изучении теории надежности, так и более сложные, решение которых будет способствовать выработке практических навыков.

Книга предназначена для студентов специальности 190901 «Системы обеспечения движения поездов»

ВВЕДЕНИЕ

Проблема надежности продолжает оставаться одной из основных в современной технике. Это объясняется тем, что постоянно совершенствуются и усложняются технические устройства и системы, применяемые в практической сфере, и одновременно повышаются требования к надежности их функционирования. Инженеры, физики и математики приложили немало совместных усилий для разработки современной теории надежности.

Наилучшим методом, изучения основ теории надежности и закрепления теоретических знаний является решение практических задач. Между тем в отечественной литературе задачки по теории надежности уже давно не издавались.

Авторы решили восполнить этот пробел и подобрали, составили и систематизировали задачи по основным разделам дисциплины «Основы теории надежности».

Цель учебного пособия «Практикум по основы теории надежности» - помочь читателю изучить теорию надежности и приобрести навыки применения ее результатов к решению различных прикладных вопросов.

Учебное пособие содержит четыре главы. В каждой главе по три параграфа. В первом из них даются сведения из теории и расчетные формулы, во втором – типовые примеры с решениями, в третьем – задачи с ответами. Числовые ответы являются приближенными, хотя, как правило, получены при выполнении расчетов с использованием программы Mathcad.

В книге помещены задачи различной трудности – от простых до достаточно сложных. Причем наряду с оригинальными задачами, предложенными авторами, в сборник включены типовые примеры и задачи, взятые из источников, указанных в списке литературы, промежуточные результаты вычислений и ответы к типовым задачам и примерам уточнены с помощью современных математических программ. Простые задачи могут решаться студентами при первоначальном изучении теории надежности. К простым задачам относятся задачи первой и второй глав. Более сложные задачи приведены в третьей и четвертой главах.

Учебное пособие, конечно, не охватывает всех разделов теории надежности. Так в нем не содержатся задачи оценки надежности систем по результатам испытаний ее компонентов и контроля. Однако, по мнению

авторов, решение предложенных задач будет способствовать углублению знаний теории и выработки практических навыков.

Книга предназначена для студентов специальностей 190402 «Автоматика телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» и 190401 «Электроснабжение железных дорог».

1. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ

1.1. Показатели и количественные характеристики надежности

Показатель надежности – характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

К числу наиболее широко применяемых показателей надежности, которые регламентирует ГОСТ 27.002-89 (приложение 1), относятся:

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- средняя наработка до первого отказа $\bar{T}_O$;
- наработка на отказ $\bar{T}$;
- частота отказов $\alpha(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- параметр потока отказов $\omega(t)$;
- коэффициент готовности K_r .

Характеристикой надежности будем называть количественное значение показателя надежности конкретного изделия.

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида изделия.

Основные показатели надежности можно разбить на две группы:

- показатели, характеризующие надежность невосстанавливаемых изделий;
- показатели, характеризующие надежность восстанавливаемых изделий.

Невосстанавливаемыми называются такие изделия, для которых в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Если происходит отказ такого изделия, то выполняемая операция будет сорвана, и ее необходимо начинать вновь в том случае, если отказ можно устранить. К таким изделиям относятся изделия однократного действия, такие как ракеты, управляемые снаряды, искусственные спутники Земли, а также системы многократного действия, такие как системы управления воздушным и железнодорожным движением, системы управления химическими, металлургическими и другими ответственными производственными процессами.

Восстанавливаемыми называются такие изделия, для которых в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного

состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Если произойдет отказ такого изделия, то он вызовет прекращение функционирования изделия только на период устранения отказа. К таким изделиям относятся: телевизор, агрегат питания, локомотив, автомобиль и т. п.

На рис. 1.1 показан временной график работы невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий.

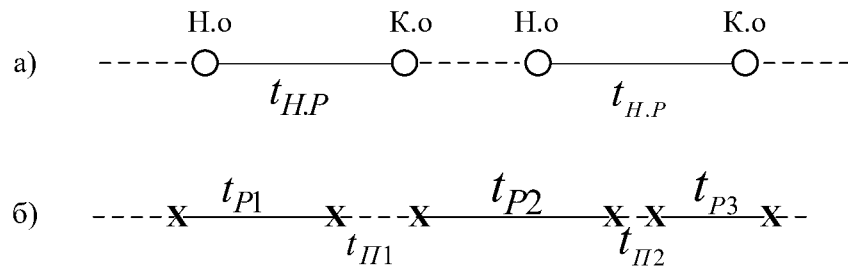


Рисунок 1.1. Временной график работы невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий:

- а) – изделия невосстанавливаемые ($t_{H.P.}$ – время непрерывной работы, Н.О – начало операции, К.О – коней операции);
- б) – изделия восстанавливаемые (t_p – время исправной работы, $t_{П}$ – время вынужденного простоя).

Рассмотрим следующую модель испытаний. На испытании находится N_O изделий, и испытания считаются законченными, если все они отказали. Причем отказавшие изделия отремонтированными или новыми не заменяются. Тогда показателями надежности данных изделий являются:

- вероятность безотказной работы $P(t)$;
- частота отказов $\alpha(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- средняя наработка до первого отказа $\bar{T}_O$;

Вероятность безотказной работы выражает вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ изделия не возникнет.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается согласно выражению

$$\tilde{P}(t) = \frac{N_O - n(t)}{N_O}, \quad (1.1)$$

где $n(t)$ – количество изделий, отказавших к моменту времени t , при их исходном количестве N_O ; $\tilde{P}(t)$ – статистическая оценка вероятности безотказной работы. При большом числе изделий N_O статистическая оценка $\tilde{P}(t)$ практически совпадает с вероятностью безотказной работы $P(t)$. На практике иногда более удобной характеристикой является вероятность отказа $Q(t)$.

Вероятность отказа – вероятность того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени произойдет хотя бы один отказ. Отказ и безотказная работа являются событиями несовместимыми и противоположными, поэтому

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_O}, \quad Q(t) = 1 - P(t). \quad (1.2)$$

Частотой отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к первоначальному числу изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия не восстанавливаются.

Частоту отказов по статистическим данным об отказах оценивается согласно выражению

$$\tilde{\alpha}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_O \Delta t}, \quad (1.3)$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших изделий в интервале времени от $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$.

Частота отказов есть плотность вероятности (или закон распределения) времени работы изделия до первого отказа. Поэтому

$$\alpha(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt}, \quad Q(t) = \int_0^t \alpha(t) dt, \quad P(t) = 1 - \int_0^t \alpha(t) dt = \int_t^\infty \alpha(t) dt. \quad (1.4)$$

Интенсивностью отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени.

Согласно определению интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t}, \quad (1.5)$$

где $N_{cp} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}$ - среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt ; N_i – число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt ; N_{i+1} – число изделий, исправно работающих в конце интервала Δt .

Интенсивность отказов есть условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого изделия, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)}. \quad (1.6)$$

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой зависимостью

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.7)$$

Средней наработкой до отказа $\bar{T}_O$ называется математическое ожидание наработки изделия до первого отказа.

Как математическое ожидание $\bar{T}_O$ вычисляется через частоту отказов (плотность распределения времени безотказной работы):

$$\bar{T}_O = M[t] = \int_{-\infty}^{\infty} t \alpha(t) dt. \quad (1.8)$$

Так как t положительно и $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, то

$$\bar{T}_O = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.9)$$

По статистическим данным об отказах средняя наработка до первого отказа вычисляется по формуле

$$\tilde{\bar{T}}_O = \frac{\sum_{i=1}^{N_O} t_i}{N_O}, \quad (1.10)$$

где t_i – время безотказной работы i -го изделия, N_O - число испытываемых изделий.

Как видно из формулы (1.10), для определения средней наработки до первого отказа необходимо знать моменты выхода из строя всех испытуемых изделий. Поэтому для вычисления $\bar{T}_O$ пользоваться указанной формулой неудобно. Имея данные о количестве вышедших из строя изделий n_i в каждом i -ом интервале времени, среднюю наработку до первого отказа лучше определить из выражения

$$\bar{T}_O = \frac{\sum_{i=1}^m n_i t_{cpi}}{N_O}. \quad (1.11)$$

В выражении (1.11) t_{cpi} и m находятся по следующим формулам

$$t_{cpi} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \quad m = \frac{t_n}{\Delta t},$$

где t_{i-1} - время начала i -ого интервала; t_i - время конца i -ого интервала; t_n - время, в течение которого вышли из строя все изделия; $\Delta t = t_{i-1} - t_i$ - интервал времени.

При изучении надежности технических устройств часто применяются следующие законы распределения времени безотказной работы: экспоненциальный, нормальный, Релея, Гамма, Вейбулла.

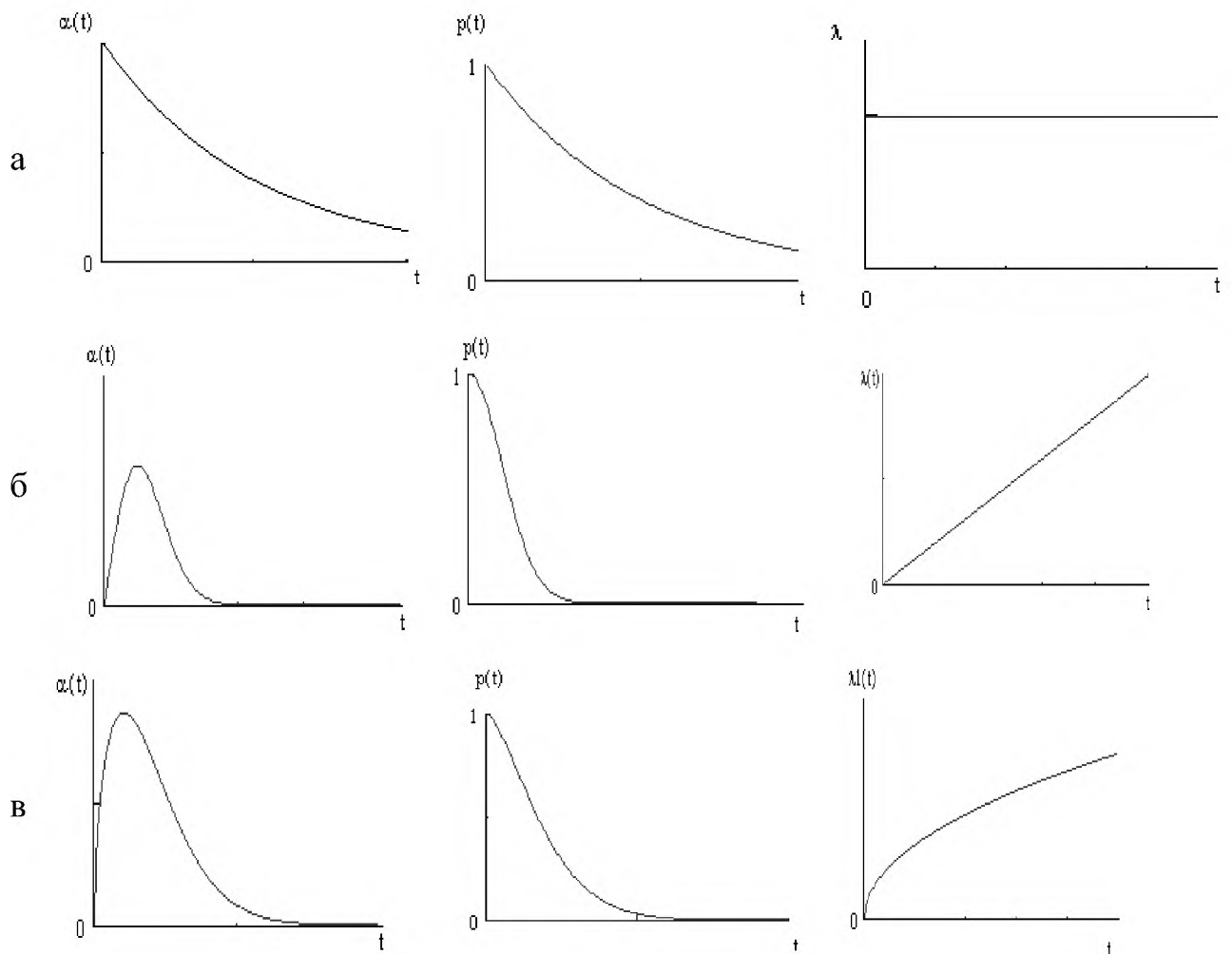
В табл. 1.1 приведены выражения для оценки количественных характеристик надежности изделий при указанных законах распределения времени безотказной работы.

Таблица 1.1. Основные соотношения количественных характеристик надежности при различных законах распределения времени безотказной работы

Закон распределения	Частота отказов $\alpha(t)$	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Интенсивность отказа $\lambda(t)$
Экспоненциальный	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$	$\lambda = const$
Релея	$\frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{t}{\sigma^2}$
Вейбулла	$\lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}$	$e^{-\lambda_0 t^k}$	$\lambda_0 k t^{k-1},$

Нормальный	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}$	$1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^t e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}} dt$	$\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^t e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}} dt}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}}$
Гамма	$\lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda_0 t}$	$e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}$	$\frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)! \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}$

Из выражений для оценки количественных характеристик надежности видно, что все характеристики являются функциями времени. На рис. 1.2 приведены зависимости количественных характеристик надежности изделий от времени.



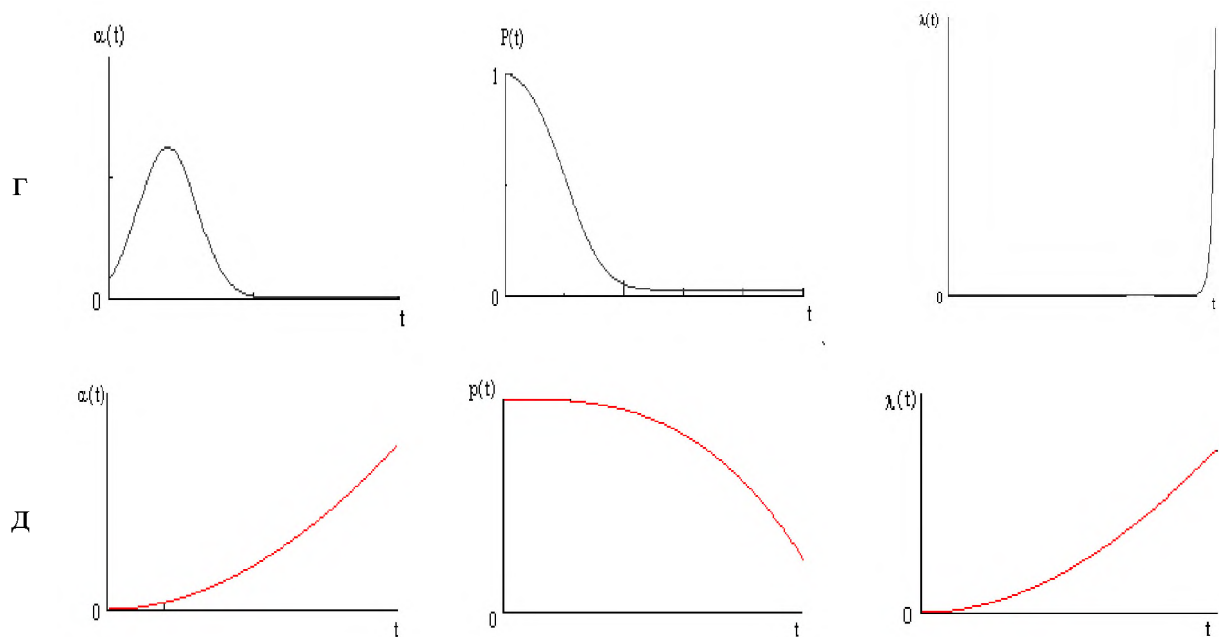


Рисунок 1.2. Зависимость количественных характеристик от времени

а) экспоненциальная модель; б) модель Релея; в) модель Вейбулла;

г) модель нормального распределения; д) модель гамма распределения

Рассмотренные показатели надежности позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых изделий. Они также позволяют оценить надежность восстанавливаемых изделий до первого отказа.

Наличие нескольких показателей вовсе не означает, что всегда нужно оценивать надежность изделия по всем показателям.

Наиболее полно надежность изделия характеризуется частотой отказов $\alpha(t)$. Это объясняется тем, что частота отказов является плотностью распределения, а поэтому несет в себе всю информацию о случайной величине – времени безотказной работы.

Средняя наработка до первого отказа является достаточно наглядной характеристикой надежности. Однако применение этого показателя для оценки надежности сложной системы ограничено в тех случаях, когда:

- время работы системы гораздо меньше среднего времени безотказной работы;
- закон распределения времени безотказной работы не однопараметрический;
- система резервированная;
- интенсивность отказов непостоянная;

- время работы отдельных частей сложной системы разное.

Интенсивность отказов - наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет более просто вычислить количественные характеристики сложной системы.

Наиболее целесообразным показателем надежности сложной системы является вероятность безотказной работы. Это объясняется следующими особенностями вероятности безотказной работы:

- она входит в качестве сомножителя в другие более общие характеристики системы, например в эффективность и стоимость;
- характеризует изменение надежности во времени;
- может быть получена сравнительно просто расчетным путем в процессе проектирования системы и оценена в процессе ее испытания.

В табл.1.2 показана взаимосвязь между показателями надежности.

Таблица 1.2 Взаимосвязь между показателями надежности

Известно	Требуется определить			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	-	$1 - P(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1 - Q(t)$	-	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - Q(t)} \cdot \frac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int_t^{\infty} f(t)dt$	$\int_0^t f(t)dt$	-	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)dt}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	-

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

Рассмотрим следующую модель испытаний. Пусть на испытание поставлено N изделий. Отказавшие изделия немедленно заменяются исправными (новыми или отремонтированными). Испытания считаются законченными, если число отказов достигает величины достаточной для оценки надежности с определенной доверительной вероятностью. Если не

учитывать время необходимое на восстановление системы, то количественными характеристиками надежности могут быть параметр потока отказов $\omega(t)$ и средняя наработка на отказ $\bar{T}$.

Параметр потока отказов есть отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки.

Согласно определению

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M | n(t + \Delta t) | - M | n(t) |}{\Delta t} = M' | n(t) |,$$

где $M | n(t + \Delta t) |$ и $M | n(t) |$ - математическое ожидание числа отказов за время $t + \Delta t$, t .

По статистическим данным *параметром потока отказов* называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к числу испытываемых изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются исправными (новыми или отремонтированными).

Согласно определению

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.12)$$

где $n(\Delta t)$ - число отказавших изделий в интервале времени от $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$; N - число испытываемых изделий; Δt - интервал времени.

Параметр потока отказов обладает следующими важными свойствами:

- 1) для любого момента времени независимо от закона распределения времени безотказной работы параметр потока отказов больше, чем частота отказов, т.е. $\omega(t) > \lambda(t)$;
- 2) независимо от вида функции $\alpha(t)$ параметр потока отказов $\omega(t)$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к $\frac{1}{T_0}$. Это означает, что при длительной эксплуатации

ремонтируемого изделия поток его отказов независимо от закона распределения времени безотказной работы становится стационарным. Однако это вовсе не означает, что интенсивность отказов есть величина постоянная;

- 3) если $\lambda(t)$ - возрастающая функция времени, то $\lambda(t) > \omega(t) > \alpha(t)$, если $\lambda(t)$ - убывающая функция, то $\omega(t) > \lambda(t) > \alpha(t)$;
- 4) при $\lambda(t) \neq const$ параметр потока отказов системы не равен сумме параметров потоков отказов элементов, т.е. $\omega_C(t) \neq \sum_{i=1}^N \omega_i(t)$.
- 5) при $\lambda(t) = const$ параметр потока отказов равен интенсивности отказов $\omega(t) = \lambda(t) = \lambda$.

Средняя наработка на отказ есть отношение наработки восстанавливаемого изделия к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Эта характеристика определяется по статистическим данным об отказах по формуле

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}, \quad (1.13)$$

где t_i - время исправной работы изделия между $(i - 1)$ -м и i -м отказами; n - число отказов за некоторое время t .

Из формулы (1.13) видно, что в данном случае наработка на отказ определяется по данным испытания одного образца изделия. Если на испытании находится N образцов в течение времени t , то наработка на отказ вычисляется по формуле

$$\bar{T} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij}}{\sum_{j=1}^N n_j}, \quad (1.14)$$

где t_{ij} - время исправной работы j -го образца изделия между $(i - 1)$ -м и i -м отказом; n_j - число отказов за время t j -го образца.

Нарработка на отказ является достаточно наглядной характеристикой надежности, поэтому она получила широкое распространение на практике.

Параметр потока отказов и наработка на отказ характеризуют надежность ремонтируемого изделия, но не учитывают времени, необходимого на его восстановление. Поэтому они не характеризуют готовности изделия к выполнению своих функций в нужное время. Для этих

целей вводятся такие показатели, как коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя.

Коэффициент готовности есть вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

Эта характеристика определяется по статистическим данным как отношение времени исправной работы к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок. Эта характеристика обозначается K_G .

Согласно данному определению

$$\tilde{K}_G = \frac{t_P}{t_P + t_{\Pi}}, \quad (1.15)$$

где t_P – суммарное время исправной работы объекта; t_{Π} – суммарное время вынужденного простоя.

Времена t_P и t_{Π} вычисляются по формулам

$$t_P = \sum_{i=1}^n t_{Pi}, \quad t_{\Pi} = \sum_{i=1}^n t_{\Pi i}, \quad (1.16)$$

где t_{Pi} – время работы изделия между $(i - 1)$ -м и i -м отказом; $t_{\Pi i}$ – время вынужденного простоя после i -го отказа; n – число отказов (ремонтов) изделия.

Для перехода к вероятностному показателю величины t_P и t_{Π} заменяются математическими ожиданиями времени между соседними отказами и времени восстановления соответственно.

Тогда

$$K_G = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_B}, \quad (1.17)$$

где $\bar{T}$ – среднее время наработки на отказ; $\bar{T}_B$ – среднее время восстановления.

Среднее время восстановления есть математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта.

Как математическое ожидание $\bar{T}_B$ вычисляется через частоту восстановления (плотность распределения времени восстановления):

$$\bar{T}_B = \int_0^{\infty} t \alpha_B(t) dt, \quad (1.18)$$

где α_B - частота восстановления, равная $\alpha_B(t) = \frac{dS(t)}{dt}$, ($S(t)$ - вероятность восстановления).

По статистическим данным среднее время восстановления вычисляется по формуле:

$$\tilde{\bar{T}}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i} \quad (1.19)$$

Коэффициентом вынужденного простоя называется отношение времени вынужденного простоя к сумме времен исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок.

Согласно определению

$$\tilde{K}_\Pi = \frac{t_\Pi}{t_P + t_\Pi} \quad (1.20)$$

или переходя к средним величинам,

$$K_\Pi = \frac{\bar{T}_B}{\bar{T} + \bar{T}_B} \quad (1.21)$$

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связаны между собой зависимостью

$$K_\Pi = 1 - K_\Gamma. \quad (1.22)$$

При анализе надежности восстанавливаемых систем обычно коэффициент готовности вычисляют по формуле

$$K_\Gamma = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B} \quad (1.23)$$

Формула (1.23) верна только в том случае, если поток отказов простейший, и тогда $\bar{T} = \bar{T}_O$.

Часто коэффициент готовности, вычисленный по формуле (1.23) отождествляют с вероятностью того, что в любой момент времени восстанавливаемая система исправна. На самом деле указанные характеристики неравноценны и могут быть отождествлены при определенных условиях.

Поэтому вводится понятие функции готовности, которая определяется из выражения:

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (1.24)$$

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-\frac{t}{K_{\Gamma} \cdot \bar{T}_B}}$$

где $\lambda = \frac{1}{\bar{T}_O}$; $\mu = \frac{1}{\bar{T}_B}$.

Кроме установившегося коэффициента готовности часто используется среднее значение этого коэффициента за интервал времени $0 \dots t_i$

$$\bar{K}_{\Gamma} = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} K_{\Gamma}(t) dt \quad (1.25)$$

Коэффициент оперативной готовности $K_{O\Gamma}$ - вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени

Согласно определению

$$K_{O\Gamma} = K_{\Gamma} \cdot e^{-\lambda t} \quad (1.26)$$

Коэффициент оперативной готовности оценивает не только готовность системы к выполнению заданных функций, но и способность выполнять функции определенной временной протяженностью.

1.2. Типовые примеры и их решения

Задачи, которые встречаются при определении количественных характеристик надежности, могут быть разделены на следующие группы:

- 1) определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах изделия;
- 2) определение количественных характеристик надежности изделия при известной математической модели надежности.

В настоящей главе при определении количественных характеристик надежности технических устройств по статистическим данным об их отказах не учитывается достоверность полученных результатов.

Кроме того, следует иметь в виду, что частота, интенсивность и параметр потока отказов, вычисленные по формулам (1.3), (1.5), (1.12) являются постоянными в диапазоне интервала Δt , а функции $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, $\tilde{\omega}(t)$ - ступенчатыми кривыми или гистограммами. Для удобства изложения в дальнейшем при решении задач на определение частоты, интенсивности и параметра потока отказов по статистическим данным об отказах изделий ответы относятся к середине интервала Δt . При этом результаты вычислений графически представляются не в виде гистограмм, а в виде точек, отнесенных к середине интервалов Δt и соединенных плавной кривой.

Рассмотрим типовые примеры.

Пример 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За 3000 ч отказало 80 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп в течение 3000 ч.

Решение. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$\tilde{P}(3000) = \frac{N_o - n(t)}{N_o} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92$$

$$\tilde{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_o} = \frac{80}{1000} = 0,08$$

или

$$\tilde{Q}(3000) = 1 - \tilde{P}(t) = 1 - 0,92 = 0,08$$

Пример 1.2. На испытание поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 ч работы отказало 80 ламп, а за интервал 3000 ч – 4000 ч отказало еще 50 ламп. Определить частоту и интенсивность отказов электронных ламп в промежутке 3000 ч – 4000 ч работы.

Решение. По формулам (1.3) определим частоту отказов

$$\tilde{\alpha}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_o \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}$$

Определим среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt .

$$N_{cp} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2} = \frac{920 + 870}{2} = 895 \text{ (шт)}$$

По формуле (1.5) находим интенсивность отказов

$$\tilde{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t} = \frac{50}{895 \cdot 1000} = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}$$

Пример 1.3. На испытании находилось 1000 образцов неремонтируемой аппаратуры. Число отказов $n(\Delta t)$ фиксировалось через каждые 100 ч работы ($\Delta t = 100$ ч). Данные об отказах приведены в табл. 1.3. Требуется вычислить количественные характеристики и построить зависимость характеристик от времени.

Таблица 1.3. Данные об отказах к примеру 1.3

$\Delta t_i, \text{ ч}$	$n(\Delta t_i)$	$\Delta t_i, \text{ ч}$	$n(\Delta t_i)$	$\Delta t_i, \text{ ч}$	$n(\Delta t_i)$
0 – 100	50	1000 – 1100	15	2000 – 2100	12
100 – 200	40	1100 – 1200	14	2100 – 2200	13
200 – 300	32	1200 – 1300	14	2200 – 2300	12
300 – 400	25	1300 – 1400	13	2300 – 2400	13
400 – 500	20	1400 – 1500	14	2400 – 2500	14
500 – 600	17	1500 – 1600	13	2500 – 2600	16
600 – 700	16	1600 – 1700	13	2600 – 2700	20
700 – 800	16	1700 – 1800	13	2700 – 2800	25
800 – 900	15	1800 – 1900	14	2800 – 2900	30
900 – 1000	14	1900 – 2000	12	2900 – 3000	40

Решение. Аппаратура относится к классу невосстанавливаемых изделий. Поэтому показателями надежности будут $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, $\tilde{T}_O$.

Вычислим $P(t)$. На основании формулы (1.1) имеем

$$\tilde{P}(100) = \frac{N_O - n(100)}{N_O} = \frac{1000 - 50}{1000} = 0,95,$$

$$\tilde{P}(200) = \frac{N_O - n(200)}{N_O} = \frac{1000 - 90}{1000} = 0,91,$$

.....

$$\tilde{P}(3000) = \frac{N_O - n(3000)}{N_O} = \frac{1000 - 575}{1000} = 0,425.$$

Для расчета характеристик $\alpha(t)$ и $\lambda(t)$ применим формулы (1.3) и (1.5), тогда

$$\tilde{\alpha}(50) = \frac{n(\Delta t)}{N_O \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 100} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\alpha}(150) = \frac{n(\Delta t)}{N_O \Delta t} = \frac{40}{1000 \cdot 100} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\alpha}(2950) = \frac{n(\Delta t)}{N_O \Delta t} = \frac{40}{1000 \cdot 100} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\lambda}(50) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t} = \frac{50}{100 \cdot \left(\frac{1000 + 950}{2} \right)} = 5,13 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\lambda}(150) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t} = \frac{40}{100 \cdot \left(\frac{950 + 910}{2} \right)} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)},$$

$$\tilde{\lambda}(2950) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t} = \frac{40}{100 \cdot \left(\frac{465 + 425}{2} \right)} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)}$$

Значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$, вычисленные для всех Δt_i , приведены в табл. 1.4, а их зависимости от времени на рис. 1.3 и 1.4.

Вычислим среднее время безотказной работы, предположив, что на испытании находились только те образцы, которые отказали.

Расчет проведем, используя формулу (1.11), учитывая, что $m = \frac{t_n}{\Delta t} = \frac{3000}{100} = 30$ и $N_O = 575$, имеем

$$\tilde{T}_O = \frac{\sum_{i=1}^m n_i t_{cpi}}{N_O} = \frac{50 \cdot 50 + 40 \cdot 150 + 32 \cdot 250 + \dots + 30 \cdot 2850 + 40 \cdot 2950}{575} = 1400 \text{ (ч)}.$$

Полученное значение средней наработки до первого отказа является заниженным, т.к. опыт был прекращен после отказа 575 образцов из 1000, поставленных на испытание.

Таблица 1.4. Вычисленные значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ к примеру 1.3

Δt_i , ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t) \cdot 10^{-4}$, (1/ч)	$\tilde{\lambda}(t) \cdot 10^{-4}$, (1/ч)
0 – 100	0,950	5	5,14
100 – 200	0,910	4	4,3
200 – 300	0,878	3,2	3,58
300 – 400	0,853	2,5	2,89
400 – 500	0,833	2	2,38
500 – 600	0,816	1,7	2,06
600 – 700	0,800	1,6	1,98
700 – 800	0,784	1,6	2,02

800 – 900	0,769	1,5	1,93
900 – 1000	0,755	1,4	1,84
1000 – 1100	0,740	1,5	2
1100 – 1200	0,726	1,4	1,91
1200 – 1300	0,712	1,4	1,95
1300 – 1400	0,699	1,3	1,84
1400 – 1500	0,685	1,4	2,02
1500 – 1600	0,672	1,3	1,92
1600 – 1700	0,659	1,3	1,95
1700 – 1800	0,646	1,3	2
1800 – 1900	0,632	1,4	2,2
1900 – 2000	0,620	1,2	1,92
2000 – 2100	0,608	1,2	1,95
2100 – 2200	0,595	1,3	2,17
2200 – 2300	0,583	1,2	2,04
2300 – 2400	0,570	1,3	2,25
2400 – 2500	0,556	1,4	2,48
2500 – 2600	0,540	1,6	2,9
2600 – 2700	0,520	2	3,76
2700 – 2800	0,495	2,5	4,9
2800 – 2900	0,465	3	6,24
2900 – 3000	0,425	4	9

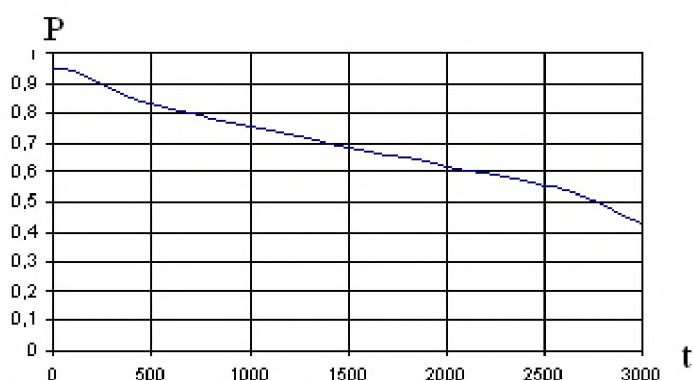


Рисунок 1.3. Зависимость $\tilde{P}$ от t к примеру 1.3.

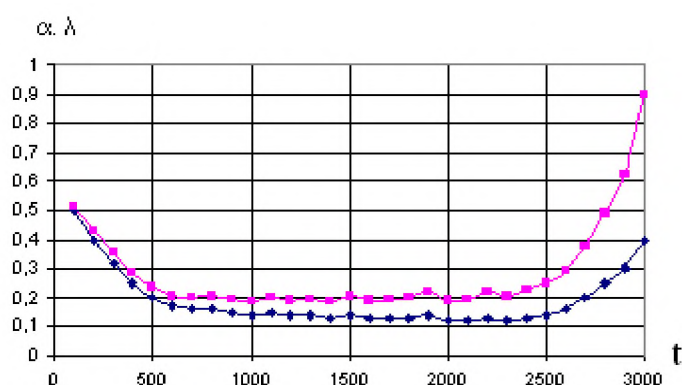


Рисунок 1.4. Зависимость $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\lambda}$ от t к примеру 1.3.

Пример 1.4. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой одного экземпляра радиолокационной станции. За

весь период наблюдения было зафиксировано 15 отказов. До начала наблюдения станция проработала 258 часов, а к концу наблюдения наработка станции составила 1233 часа. Требуется определить среднюю наработку на отказ $\bar{T}$.

Решение. Нарботка радиолокационной станции за наблюдаемый период равна

$$t = t_2 - t_1 = 1233 - 258 = 975 (\text{ч})$$

Принимая $\sum_{i=1}^n t_i = 975$ ч, по формуле (1.13) находим среднюю наработку

на отказ:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{975}{15} = 65 (\text{ч}).$$

Пример 1.5. Производилось наблюдение за работой трех экземпляров однотипной аппаратуры. За период наблюдения было зафиксировано по первому экземпляру 6 отказов, по второму и третьему – 11 и 8 отказов соответственно. Нарботка первого экземпляра составила 181 ч, второго – 329 ч и третьего 245 ч. Требуется определить наработку аппаратуры на отказ $\bar{T}$.

Решение. Определим суммарную наработку трех образцов аппаратуры:

$$t_{\Sigma} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} = 181 + 329 + 245 = 755 (\text{ч})$$

Определим суммарное количество отказов:

$$n_{\Sigma} = \sum_{j=1}^N n_j = 6 + 11 + 8 = 25 (\text{отказов}).$$

Находим среднюю наработку на отказ по формуле (1.14)

$$\bar{T} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij}}{\sum_{j=1}^N n_j} = \frac{t_{\Sigma}}{n_{\Sigma}} = \frac{755}{25} = 30,2 (\text{ч}).$$

Пример 1.6. Система состоит из 5 приборов, причем отказ любого одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый прибор отказал 34 раза в течение 952 ч работы, второй - 24 раза в течение 960 ч работы, а

остальные приборы в течение 210 часов работы отказали 4, 6 и 5 раз соответственно. Требуется определить наработку до отказа системы в целом, если справедлив экспоненциальный закон надежности для каждого из пяти приборов.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad \bar{T}_O = \frac{1}{\lambda_c}.$$

Определим интенсивность отказов для каждого прибора:

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{34}{952} = 0,0357 (1/\text{ч}), \quad \tilde{\lambda}_2 = \frac{24}{960} = 0,025 (1/\text{ч}),$$

$$\tilde{\lambda}_{3,4,5} = \frac{4+6+5}{210} = 0,0714 (1/\text{ч}).$$

Интенсивность отказов системы равна

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2 + \tilde{\lambda}_{3,4,5} = 0,0357 + 0,025 + 0,0714 = 0,1321 (1/\text{ч})$$

Средняя наработка до отказа системы

$$\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,1321} = 7,57 (\text{ч}).$$

Пример 1.7. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило $t_1 = 12$ мин, $t_2 = 23$ мин, $t_3 = 15$ мин, $t_4 = 9$ мин, $t_5 = 17$ мин, $t_6 = 28$ мин, $t_7 = 25$ мин, $t_8 = 31$ мин. Определить среднее время восстановления аппаратуры $\bar{T}_B$.

Решение.

$$\bar{T}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i} = \frac{\sum_{i=1}^8 t_i}{8} = \frac{600}{8} = 75 (\text{мин}).$$

Пример 1.8. Аппаратура имела среднюю наработку на отказ 65 ч и среднее время восстановления 1,25 ч. Требуется определить коэффициент готовности.

Решение. По формуле (1.17) имеем

$$K_G = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_B} = \frac{65}{65 + 1,25} = 0,98$$

Пример 1.9. Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента $P(t)$, $\alpha(t)$, $\bar{T}_O$, если $t = 500, 1000, 2000$ ч.

Решение. Используем формулы для $P(t)$, $\alpha(t)$ и $\bar{T}_O$, приведенные в табл.1.1.

Вычислим вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot t}.$$

$$P(500) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 0,9875;$$

$$P(1000) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 0,9753;$$

$$P(2000) = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = 0,9512.$$

Вычислим частоту отказа:

$$\alpha(t) = \lambda(t) \cdot P(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot t}.$$

$$\alpha(500) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9875 = 2,469 \cdot 10^{-5} (1/\text{ч});$$

$$\alpha(1000) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9753 = 2,439 \cdot 10^{-5} (1/\text{ч});$$

$$\alpha(2000) = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,9512 = 2,378 \cdot 10^{-5} (1/\text{ч}).$$

Вычислим среднюю наработку до первого отказа:

$$\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ (ч)}.$$

Пример 1.10. При эксплуатации системы было зарегистрировано $n = 40$ отказов. Распределение отказов по группам элементов и время, затраченное на восстановление, приведены в табл. 1.5 Необходимо найти величину среднего времени восстановления системы.

Решение. Определяем среднее время восстановления аппаратуры по группам элементов.

Для полупроводниковых приборов:

$$\bar{T}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i}{n_i} = \frac{\sum_{i=1}^8 t_i}{8} = \frac{600}{8} = 75 \text{ (мин)}$$

Аналогично:

- для резисторов и конденсаторов 76 мин;
- для реле, трансформаторов, дросселей 113 мин;
- для ЭВП 50 мин;
- для прочих элементов 120 мин.

Рассчитаем среднее время восстановления системы по формуле:

$$\bar{T}_{BC} = \sum_{i=1}^m t_{ei} \cdot m_i,$$

где t_{ei} - среднее время восстановления элементов i -й группы; m_i - вес отказов по группам элементов.

$$\bar{T}_{BC} = 0,2 \cdot 75 + 0,25 \cdot 76 + 0,1 \cdot 113 + 0,35 \cdot 50 + 0,1 \cdot 120 = 74,8 \text{ (мин)}.$$

Таблица 1.5. Количество зарегистрированных отказов по группам к примеру 1.10

Группа элементов	Кол-во отказов по группе n_i	Вес отказов по группе $m_i = \frac{n_i}{n}$	Время восстановления t_i , мин
ППП	8	0,2	80 59 110 91 45 43 99 73
Резисторы и конденсаторы	10	0,25	61 73 91 58 44 112 82 54 91 94
Реле, трансформаторы, дроссели	4	0,1	102 98 124 128
ЭВП	14	0,35	60 64 56 36 65 44 42

			33
			32
			23
			86
			75
			61
			23
Прочие элементы	4	0,1	125
			133
			115
			107

1.3. Задачи

В настоящем разделе приведены задачи по расчету количественных показателей надежности, предлагаемые для самостоятельного решения. Эти задачи легко решить, используя типовые примеры, приведенные в предыдущем разделе.

1.1. На испытание поставлено 400 изделий. За время $t = 3000$ ч отказало 200 изделий, за интервал времени $\Delta t = 100$ ч отказало 100 изделий. Требуется определить вероятность безотказной работы за 3000 ч, 3100 ч, 3050 ч; частоту отказов и интенсивность отказов за 3050 ч.

Ответ: $\tilde{P}(3000) = 0,5$; $\tilde{P}(3100) = 0,25$; $\tilde{P}(3050) = 0,375$; $\tilde{\alpha}(3050) = 2,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}(3050) = 6,67 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.2. В течение 1000 ч из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000 – 1100 ч отказал еще один гироскоп. Требуется найти частоту и интенсивность отказов гироскопов в промежутке времени 1000 – 1100 ч.

Ответ: $\tilde{\alpha}(1050) = 10^{-3}$ 1/ч, $\tilde{\lambda}(1050) = 1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.3. Система состоит из трех приборов А, В и С. На испытание было поставлено 100 приборов каждого типа. За 100 ч работы приборы типа А отказали 10 шт, приборы типа В – 20 шт и приборы С - 50 шт. Определить вероятность безотказной работы каждого прибора, частоту отказов и интенсивность отказов.

Ответ: $\tilde{P}_A(100) = 0,9$; $\tilde{P}_B(100) = 0,8$; $\tilde{P}_C(100) = 0,5$; $\tilde{\alpha}_A(50) = 10^{-3}$ 1/ч;
 $\tilde{\alpha}_B(50) = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\alpha}_C(50) = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}_A(50) = 1,05 \cdot 10^{-3}$ 1/ч;
 $\tilde{\lambda}_B(50) = 2,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\tilde{\lambda}_C(50) = 6,67 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.4. Работающее на дистанции устройство содержит 1600 элементов (реле, резисторы, конденсаторы, трансформаторы и другие). Фиксировались

отказы через каждые 100 часов работы. Данные об отказах приведены в табл. 1.6.

Таблица 1.6. Исходные данные к задаче 1.4

Δt_i , ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i , ч	$n(\Delta t_i)$
0 - 100	45	800 - 900	16
100 - 200	40	900 - 1000	16
200 - 300	35	1000 - 1100	15
300 - 400	32	1100 - 1200	14
400 - 500	28	1200 - 1300	15
500 - 600	25	1300 - 1400	13
600 - 700	20	1400 - 1500	14
700 - 800	17	1500 - 1600	13

Необходимо определить показатели надежности: вероятность безотказной работы, вероятность отказа, частоту отказов, интенсивность отказов, среднее время наработки до отказа. Построить график зависимости вероятности безотказной работы от времени

Ответ: $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ см. табл. 1.7 и рис.1.5, $\tilde{T}_O = 575,42$ ч

Таблица 1.7. Вычисленные значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ к задаче 1.4

Δt_i , ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t) \cdot 10^{-4}$ 1/ч	$\tilde{\lambda}(t) \cdot 10^{-4}$ 1/ч
0 - 100	0,97	2,81	2,8
100 - 200	0,947	2,5	2,61
200 - 300	0,925	2,19	2,34
300 - 400	0,905	2	2,186
400 - 500	0,8875	1,75	1,95
500 - 600	0,872	1,56	1,776
600 - 700	0,859	1,25	1,444
700 - 800	0,849	1,06	1,244
800 - 900	0,839	1	1,185
900 - 1000	0,829	1	1,199
1000 - 1100	0,819	0,94	1,138
1100 - 1200	0,811	0,875	1,074
1200 - 1300	0,801	0,94	1,163
1300 - 1400	0,793	0,813	1,019
1400 - 1500	0,784	0,875	1,109
1500 - 1600	0,776	0,813	1,041

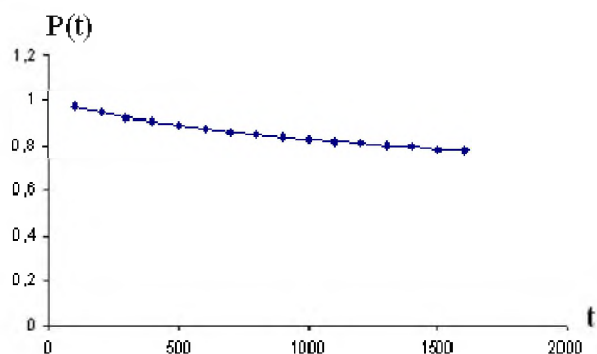


Рисунок 1.5 Зависимость $\tilde{P}$ от t (к задаче 1.4)

1.5. Имеются статистические данные об отказах трех групп одинаковых изделий, приведенные в табл. 1.8. В каждой группе было по 100 изделий и их испытания проводились по 1 группе 550 ч, по 2 группе 400 ч, по 3 группе 200 ч. Необходимо вычислить количественные характеристики $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ и построить графики этих функций.

Таблица 1.8. Исходные данные к задаче 1.5

Δt_i , ч	1 группа $n(\Delta t_i)$	2 группа $n(\Delta t_i)$	3 группа $n(\Delta t_i)$	$\sum n(t_i)$
0 - 25	4	6	5	15
25 - 50	8	9	8	25
50 - 75	6	5	7	18
75 - 100	3	4	5	12
100 - 150	5	5	6	16
150 - 200	4	3	3	10
200 - 250	1	3	-	4
250 - 300	2	2	-	4
300 - 400	3	4	-	7
400 - 550	5	-	-	5

Ответ: $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ см. табл.1.9. и рис. 1.6 и 1.7.

Таблица 1.9. Вычисленные значения $\tilde{P}(t)$, $\tilde{\alpha}(t)$, $\tilde{\lambda}(t)$ к задаче 1.5

Δt_i , ч	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{\alpha}(t) \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$	$\tilde{\lambda}(t) \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$
0 - 25	0,95	2	2,05
25 - 50	0,867	3,3	3,67
50 - 75	0,807	2,4	2,87
75 - 100	0,767	1,6	2,03
100 - 150	0,713	1,1	1,44
150 - 200	0,68	0,67	0,957
200 - 250	0,67	0,4	0,588
250 - 300	0,65	0,4	0,606
300 - 400	0,615	0,35	0,558
400 - 550	0,59	0,33	0,542

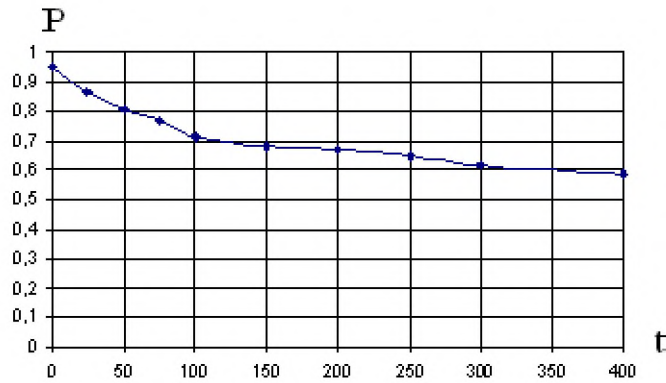


Рисунок 1.6 Зависимость $\tilde{P}$ от t (к задаче 1.5)

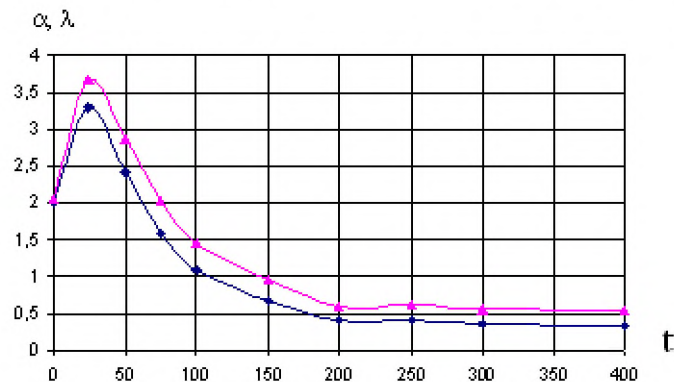


Рисунок 1.7 Зависимость $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\lambda}$ от t (к задаче 1.5)

1.6 - 1.9. В течение времени Δt проводилось наблюдение за восстанавливаемым изделием, и было зафиксировано $n(\Delta t)$ отказов. До начала наблюдения изделие проработало t_1 ч, общее время наработки к концу наблюдения составило t_2 ч. Требуется найти наработку на отказ $\tilde{T}$.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.10.

Таблица 1.10. Исходные данные и ответы к задачам 1.6 – 1.9

Номер задачи	Исходные данные			Ответ $\tilde{T}$, ч
	t_1 , ч	t_2 , ч	$n(\Delta t)$	
1.6	350	1280	15	62
1.7	400	1600	3	400
1.8	1000	6400	9	600
1.9	770	4800	7	575

1.10 – 1.13. В течение некоторого времени проводилось наблюдение за работой N_O экземпляров восстанавливаемых изделий. Каждый из образцов проработал t_i ч и имел n_i отказов. Требуется определить наработку на отказ $\tilde{T}$ по данным наблюдения за работой всех изделий.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.11.

Таблица 1.11. Исходные данные и ответы к задачам 1.10 – 1.13

Номер задачи	Исходные данные										Ответ $\bar{T}, \text{ч}$
	n_1	$t_1, \text{ч}$	n_2	$t_2, \text{ч}$	n_3	$t_3, \text{ч}$	n_4	$t_4, \text{ч}$	n_5	$t_5, \text{ч}$	
1.10	1	300	3	600	2	400	-	-	-	-	216
1.11	3	90	6	270	4	140	5	230	3	180	43
1.12	12	960	15	1112	8	808	7	1490	-	-	104
1.13	8	144	5	150	4	112	8	216	-	-	26

1.14 – 1.17. Электронная аппаратура состоит из k групп элементов. В процессе эксплуатации зафиксировано n отказов. Количество отказов в j -й группе равно n_j ; среднее время восстановления элементов j -й группы равно t_j мин. Требуется вычислить среднее время восстановления аппаратуры $\bar{T}_B$.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.12.

Таблица 1.12. Исходные данные и ответы к задачам 1.14 – 1.17

Номер задачи	Исходные данные												Ответ $\bar{T}_B, \text{ч}$
	k	n	n_1	t_1	n_2	t_2	n_3	t_3	n_4	t_4	n_5	t_5	
1.14	5	12	1	20	4	20	3	16	2	36	2	40	28,3
1.15	5	40	5	15	8	25	12	60	6	40	9	20	35,4
1.16	4	9	2	37	1	480	2	60	4	25	-	-	86
1.17	5	18	3	72	5	40	4	36	2	120	4	60	57,8

1.18 – 1.21. Изделие имеет среднюю наработку на отказ $\bar{T}$ и среднее время восстановления $\bar{T}_B$. Необходимо определить коэффициент готовности изделия.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 1.13.

Таблица 1.13. Исходные данные и ответы к задачам 1.18 – 1.21

Номер задачи	Исходные данные		Ответ K_T
	$\bar{T}, \text{ч}$	$\bar{T}_B, \text{ч}$	
1.18	230	12	0,95
1.19	556	23	0,96
1.20	556	2,5	0,995
1.21	430	8	0,98

1.22. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0,82 \cdot 10^{-3} 1/\text{ч} = \text{const}$.

Необходимо найти вероятность безотказной работы в течение 6 ч полета самолета $P(6)$, частоту отказов $\alpha(100)$ при $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа $\bar{T}_O$.

Ответ: $P(6) = 0,995$, $\alpha(100) = 0,75 \cdot 10^{-3} 1/\text{ч}$, $\bar{T}_O = 1220$ ч.

1.23. Вероятность безотказной работы телекоммуникационной сети в течение 120 ч равна 0,9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный

закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов сети для момента времени 120 ч.

Ответ: $\lambda = 0,83 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\alpha(120) = 0,747 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1.24. При эксплуатации системы автоматики было зафиксировано $n = 20$ в течение 350 часов. При этом распределение отказов отдельных элементов системы и время, затраченное на их устранение (время восстановления), приведено в табл. 1.14. Необходимо определить среднее время восстановления и коэффициент готовности системы

Таблица 1.14. Исходные данные к задаче 1.24

Элементы	Количество отказов, n_i	Вес отказов по группе, $m = \frac{n_i}{n}$	Время восстановления, t , мин	Суммарное время восстановления по группе, t_i , мин
Полупроводниковые приборы	5	0,25	80 20 22 18 23	163
Реле	2	0,1	10 12	22
Резисторы (конденсаторы)	10	0,5	-	230
Пайка	3	0,15	-	42

Ответ: $\bar{T}_B = 0,38$ ч, $K_T = 0,9989$.

1.25. Определить количественные характеристики надежности $p(t)$, $\alpha(t)$, $\lambda(t)$ и $\bar{T}_O$ интегральных микросхем для времени их работы $t = 500, 1000, 2000$ ч при условии, что параметр распределения $\sigma = 1000$ ч, время работы ИМС до отказа подчиняется закону распределения Релея.

Ответ: Результаты расчетов приведены в табл. 1.15.

Таблица 1.15. Результаты расчета к задаче 1.25

t , ч	$p(t)$	$\alpha(t) \cdot 10^{-4}$, 1/ч	$\lambda(t) \cdot 10^{-3}$, 1/ч	$\bar{T}_O$, ч
500	0.88	4.14	5	0.0396
1000	0.606	6.06	1	0.0396
2000	0.135	2.7	2	0.0396

1.26 - 1.45. На испытание поставлено N_0 изделий. За время t ч вышло из строя $n(t)$ штук изделий. За последующий интервал времени Δt вышло из строя $n(\Delta t)$ изделий. Необходимо вычислить вероятность безотказной

работы за время t и $t + \Delta t$, частоту и интенсивность отказов на интервале Δt .

Исходные данные для решения задачи и ответы приведены в табл.1.16.

Таблица 1.16. Исходные данные и результаты расчета к задачам 1.26 – 1.45

Номер задачи	Исходные данные					Ответы			
	N_0	t	Δt	$n(t)$	$n(\Delta t)$	$\tilde{P}(t)$	$\tilde{P}(t + \Delta t)$	$\tilde{\alpha}(t)$	$\tilde{\lambda}(t)$
1.26	1000	8000	1000	290	50	0,71	0,66	0,00005	0,000073
1.27	1000	14000	1000	540	50	0,46	0,41	0,00005	0,000115
1.28	100	5000	100	10	10	0,9	0,8	0,001	0,001176
1.29	100	4000	200	20	20	0,8	0,6	0,001	0,001429
1.30	100	3000	1000	20	20	0,8	0,6	0,0002	0,000286
1.31	1000	800	100	216	15	0,784	0,769	0,00015	0,000193
1.32	1000	2300	100	417	13	0,583	0,57	0,00013	0,000225
1.33	1000	1200	100	274	14	0,726	0,712	0,00014	0,000195
1.34	1000	900	100	231	14	0,769	0,755	0,00014	0,000184
1.35	1000	10000	1000	370	40	0,63	0,59	0,00004	0,000066
1.36	1000	15000	1000	590	40	0,41	0,37	0,00004	0,000103
1.37	1000	21000	1000	840	50	0,16	0,11	0,00005	0,00037
1.38	1000	11000	1000	410	40	0,59	0,55	0,00004	0,00007
1.39	1000	1300	100	288	13	0,712	0,699	0,00013	0,000184
1.40	1000	1900	100	368	12	0,632	0,62	0,00012	0,000192
1.41	1000	2700	100	480	25	0,52	0,495	0,00025	0,000493
1.42	100	6000	500	50	20	0,5	0,3	0,0004	0,001
1.43	100	4000	1000	10	6	0,9	0,84	0,00006	0,000068
1.44	100	10000	1000	25	5	0,75	0,7	0,00005	0,000068
1.45	1000	1400	100	301	14	0,699	0,685	0,00014	0,000202

1.46. Интенсивность отказов реле $\lambda = 10^{-5}$ 1/ч. Сколько реле может отказать за один год работы, если всего работало 250 реле?

Ответ: $n(t) = 22$.

1.47. На испытание поставлено 100 приборов. В течение времени $t = 1000$ ч отказало 10 приборов. Найти вероятность безотказной работы и среднее время наработки до первого отказа, если для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P(t) = 0,82$, $\bar{T}_O = 5000$ ч.

1.48. Время безотказной работы электровакуумного прибора подчинено закону Релея с параметрами $\sigma = 1800$ ч. Определить вероятность безотказной работы электровакуумного прибора в течение времени $t = 1000$ ч, частоту отказа $\alpha(t)$ и интенсивность отказа $\lambda(t)$.

Ответ: $P(1000) = 0,87$; $\alpha(1000) = 0,25 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda(1000) = 0,29 \cdot 10^{-3}$ 1\ч

1.49. Вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 1000$ ч равна $P(t) = 0,95$. Время исправной работы подчинено закону Релея. Определить количественные характеристики надежности $\alpha(t)$, $\lambda(t)$.

Ответ: $\alpha(1000) = 0,95 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda(1000) = 10^{-4}$ 1/ч

1.50. Время безотказной работы реле подчинено закону Вейбулла с параметрами $k = 2,6$ $\lambda_0 = 1,65 \cdot 10^{-7}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы реле в течение времени $t = 150$ ч, частоту отказа $\alpha(t)$ и интенсивность отказа $\lambda(t)$.

Ответ: $P(150) = 0,92$; $\alpha(150) = 11,9 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda(150) = 12,9 \cdot 10^{-4}$ 1/ч

2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ НЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

2.1. Методы расчета

Задача расчета показателей надежности сложной системы состоит в том, чтобы определить ее показатели надежности, если известны показатели надежности отдельных элементов и структура системы, т.е. характер связей между элементами с точки зрения надежности.

Наиболее простую структуру имеет нерезервированная система, состоящая из n элементов, у которой отказ одного из элементов приводит к отказу всей системы (рис.2.1). В этом случае система имеет логически последовательное соединение элементов.

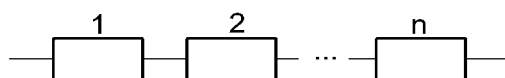


Рисунок 2.1. Логически последовательное соединение элементов

При расчете показателей надежности таких устройств предполагается, что отказ элемента является событием случайным и независимым.

Тогда вероятность безотказной работы изделия в течение времени t равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов в течение того же времени. Так как вероятность безотказной работы элементов в течение времени t можно выразить через интенсивность отказов в виде (1.7), то расчетные формулы для вероятности безотказной работы технического устройства при последовательном соединении элементов можно записать следующим образом:

$$P_C(t) = p_1(t) \cdot p_2(t) \cdot \dots \cdot p_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t), \quad (2.1)$$

$$P_C(t) = e^{-\int_0^t \lambda_1(t) dt} \cdot e^{-\int_0^t \lambda_2(t) dt} \cdot \dots \cdot e^{-\int_0^t \lambda_n(t) dt} = e^{-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt}$$

Выражения (2.1) наиболее общие. Они позволяют определить вероятность безотказной работы изделия до первого отказа при любом законе изменения интенсивности отказов во времени.

На практике наиболее часто интенсивность отказов изделий является величиной постоянной. При этом время возникновения отказов подчинено

экспоненциальному закону распределения, так как для нормального периода работы аппаратуры справедливо условие $\lambda = const$.

В этом случае выражения для количественных характеристик примут вид:

$$P_C(t) = e^{-\lambda_c \cdot t} = e^{-\frac{t}{\bar{T}_{o.c}}}; \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i; \quad \alpha_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}; \quad \bar{T}_{o.c} = \frac{1}{\lambda_c} \quad (2.2)$$

Если все элементы данного типа равнонадежны, интенсивность отказов будет

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i, \quad (2.3)$$

где: N_i - число элементов i -го типа; r – число типов элементов.

На практике очень часто приходится вычислять вероятность безотказной работы высоконадежных систем. При этом произведение $\lambda_c t$ значительно меньше единицы, а вероятность безотказной работы $P(t)$ близка к единице.

В этом случае количественные характеристики надежности можно с достаточной для практики точностью вычислить по следующим приближенным формулам:

$$P_C(t) = 1 - \lambda_c t = 1 - t \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i; \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i; \quad (2.4)$$

$$\bar{T}_{o.c.} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^r N_i \lambda_i}; \quad \alpha_c(t) = \lambda_c (1 - \lambda_c t).$$

Вычисление количественных характеристик надежности по приближенным формулам не дает больших ошибок для систем, вероятность безотказной работы которых превышает 0,9, т.е. для $\lambda t \leq 0,1$.

При расчете показателей надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета и возводить их в степень и извлекать корни. При значениях вероятности $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнить по следующим приближенным формулам:

$$\begin{aligned}
P_C(t) &= \prod_{i=1}^n p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t), \\
P_C(t) &= p_i^n(t) = 1 - nq_i(t), \\
\sqrt[n]{p_i(t)} &= 1 - \frac{q_i(t)}{n},
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

где $q_i(t)$ - вероятность отказа i -го блока.

В зависимости от полноты учета факторов, влияющих на работу изделия, различают прикидочный, ориентировочный и окончательный расчет показателей надежности.

ПРИКИДОЧНЫЙ РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Прикидочный расчет основывается на следующих допущениях:

- все элементы изделия равнонадежны;
- интенсивность отказов всех изделий не зависит от времени, т.е. $\lambda = const$;
- отказ любого элемента приводит к отказу всего изделия.

Прикидочный расчет показателей надежности выполняется в следующий случаях:

- 1) при проверке требований по надежности, выдвинутых заказчиком в техническом задании (ТЗ) на проектирование изделия;
- 2) при расчете нормативных данных по надежности отдельных блоков и устройств системы;
- 3) для определения минимально допустимого уровня надежности элементов проектируемого изделия;
- 4) при сравнительной оценке надежности отдельных вариантов изделия на этапе эскизного проектирования.

Прикидочный расчет показателей надежности позволяет судить о принципиальной возможности обеспечения требуемой надежности изделия.

ОРИЕНТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Ориентировочный расчет показателей надежности учитывает влияние на надежность только количества и типов, входящих в систему элементов, и основывается на следующих допущениях:

- все элементы данного типа равнонадежны, т.е. величины интенсивности отказов (λ_i) для этих элементов одинаковы;
- все элементы работают в номинальном (нормальном) режиме, предусмотренном техническими условиями;
- интенсивности отказов всех элементов не зависят от времени, т.е. в течение срока службы у элементов, входящих в изделие, отсутствует старение и износ, следовательно $\lambda_i(t) = const$;
- отказы элементов изделия являются событиями случайными и независимыми;
- все элементы изделия работают одновременно.

Для определения показателей надежности изделия необходимо знать:

- 1) вид соединения элементов расчета надежности;
- 2) типы элементов, входящих в изделие и число элементов каждого типа;
- 3) величины интенсивностей отказов элементов λ_i , входящих в изделие.

Выбор λ_i для каждого типа элементов производится по соответствующим таблицам, приведенных в справочниках по надежности.

Таким образом, при ориентировочном расчете показателей надежности необходимо знать структуру системы, номенклатуру применяемых элементов и их количество.

Ориентировочный метод расчета показателей надежности используется на этапе эскизного проектирования после разработки принципиальных электрических схем изделий. Он позволяет наметить пути повышения надежности изделия и производится по формулам (2.2)...(2.4).

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ (ПОЛНЫЙ) РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Полный расчет показателей надежности изделия выполняется тогда, когда известны реальные режимы работы элементов после испытания в лабораторных условиях основных узлов и макетов изделия.

Элементы изделия находятся обычно в различных режимах работы, сильно отличающихся от номинальной величины. Это влияет на надежность как изделия в целом, так и отдельных его составляющих частей. Выполнение окончательного расчета показателей надежности возможно только при наличии данных о коэффициентах нагрузки отдельных элементов и при

наличии графиков зависимости интенсивности отказов элементов от их электрической нагрузки, температуры окружающей среды и других факторов, т.е. для окончательного расчета необходимо знать зависимости

$$\lambda_c = f(K_n T^\circ, \dots).$$

Эти зависимости приводятся в виде графиков либо их можно рассчитать с помощью, так называемых поправочных коэффициентов интенсивности отказов k_i , позволяющих учесть влияние различных факторов на надежность изделия.

Для определения показателей надежности изделия необходимо знать:

- 1) число элементов с разбивкой их по типам и режимам работы;
- 2) зависимости интенсивности отказов элементов λ_i от электрического режима работы и заданных внешних условий;
- 3) структуру системы.

В общем случае λ_i зависит от следующих воздействующих факторов:

- электрического режима работы данного элемента;
- окружающей температуры;
- вибрационных воздействий;
- механических ударов;
- линейных ускорений;
- влажности;
- воздействия морской воды;
- воздействия биологических факторов (грибок, плесень, насекомые);
- давления;
- воздействия электромагнитных волн;
- радиоактивное излучение и ряда других факторов.

Знание зависимости интенсивности отказов λ_i от воздействующих факторов является необходимым для правильного использования элементов с целью получения заданной вероятности безотказной работы за время t .

При разработке и изготовлении элементов обычно предусматриваются определенные, так называемые «нормальные» условия работы: температура $+25 \pm 10^\circ \text{C}$, номинальный электрический режим, отсутствие механических перегрузок и т. Д. Интенсивность отказов элементов в «нормальном» режиме эксплуатации называется номинальной интенсивностью отказов λ_{ni} .

Интенсивность отказов элементов при эксплуатации в реальных условиях λ_i равна номинальной интенсивности отказов λ_{ni} , умноженной на поправочные коэффициенты k_i , т.е.

$$\lambda_i = \lambda_{ni} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n = \lambda_{ni} \prod_{i=1}^n k_i,$$

где: λ_{ni} - интенсивность отказов элемента, работающего в нормальных условиях при номинальной электрической нагрузке; $k_1, k_2, \dots, k_n$ - поправочные коэффициенты, зависящие от различных воздействующих факторов.

Полный расчет показателей надежности применяется на этапе технического проектирования изделия.

2.2. Типовые примеры и их решения

Пример 2.1. Система состоит из 12600 элементов. Интенсивность отказа элемента $\lambda = 0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Необходимо определить вероятность безотказной работы систем в течение времени $t = 50$ ч.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (2.3) равна:

$$\lambda_c = \lambda \cdot N = 0,32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4,032 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Тогда на основании (2.2)

$$P_C(50) = e^{-\lambda_c t} = e^{-4,032 \cdot 10^{-3} \cdot 50} = 0,82.$$

Пример 2.2. Используя данные примера 2.1, вычислить среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Средняя наработка до первого отказа системы $\bar{T}_{O.C}$ вычисляется по формуле (2.2). Подставляя в формулу значение λ_c из примера 2.1, получим

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4,032 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.3. Система состоит из трех блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\bar{T}_1 = 160$ ч, $\bar{T}_2 = 320$ ч, $\bar{T}_3 = 600$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Воспользуемся формулой (2.2) для средней наработки до первого отказа системы. В нашем случае интенсивность отказов системы равна

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} = 0,011 \text{ (1/ч)}.$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,011} = 91 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени $t = 100$ ч. равны: $p_1(100) = 0,95$; $p_2(100) = 0,97$. Справедлив экспоненциальный закон распределения надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы системы по формуле (2.1)

$$P_C(t) = p_1(t) \cdot p_2(t).$$

Отсюда $P_C(100) = p_1(100) \cdot p_2(100) = 0,95 \cdot 0,97 = 0,92$.

Найдем интенсивность отказов системы, воспользовавшись формулой

$$P_C(100) = 0,92 = e^{-\lambda_c t} = e^{-\lambda_c \cdot 100}.$$

Из этого выражения найдем $\lambda_c \cdot 100$.

$$\lambda_c \cdot 100 = \ln 0,92 \approx 0,083 \text{ или } \lambda_c = 0,83 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Среднее время наработки до первого отказа

$$\bar{T}_{O.C.} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,83 \cdot 10^{-3}} = 1200 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t) = 0,9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из $N = 100$ таких элементов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна $P_C(t) = p^N(t) = (0,9997)^{100}$. Вероятность $p(t)$ близка к единице, поэтому для вычисления вероятности безотказной работы системы воспользуемся формулой (2.5). В нашем случае $q(t) = 1 - p(t) = 1 - 0,9997 = 0,0003$. Тогда вероятность безотказной работы системы $P_C(t) = 1 - Nq(t) = 1 - 100 \cdot 0,0003 = 0,97$.

Пример 2.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_C(t) = 0,95$. Система состоит из $N = 120$ равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение. Вероятность безотказной работы элемента будет равна $p_i(t) = \sqrt[N]{P_C(t)}$. Так как вероятность безотказной работы системы близка к единице, то вычисления $p(t)$ удобно выполнить по формуле (2.5). Для нашего случая $Q_C(t) = 1 - P_C(t) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Тогда

$$p(t) = \sqrt[N]{P_C(t)} = 1 - \frac{Q_C(t)}{N} = \frac{0,05}{120} = 0,9996.$$

Пример 2.7. Система состоит из пяти приборов, вероятность исправной работы которых в течение времени $t = 100$ ч равны: $p_1(100) = 0,9996$; $p_2(100) = 0,9998$; $p_3(100) = 0,9996$; $p_4(100) = 0,999$; $p_5(100) = 0,9998$. Требуется определить частоту отказов системы в момент времени $t = 100$ ч.

Предполагается, что отказы приборов независимы и для них справедлив экспоненциальный закон распределения надежности.

Решение. По условию задачи отказы приборов независимы, поэтому вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы приборов. Тогда по формуле (2.5) для случая высоконадежных систем имеем

$$P_C(t) = 1 - \sum_{i=1}^5 q_i(t).$$

Определим вероятность отказа каждого блока:

$$q_1(100) = 1 - p_1(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004,$$

$$q_2(100) = 1 - p_2(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002,$$

$$q_3(100) = 1 - p_3(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004$$

$$q_4(100) = 1 - p_4(100) = 1 - 0,999 = 0,001,$$

$$q_5(100) = 1 - p_5(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002.$$

Тогда

$$P_C(100) = 1 - (0,0004 + 0,0002 + 0,0004 + 0,001 + 0,0002) = 0,9978.$$

Так как вероятность безотказной работы системы близка к единице, то в соответствии с формулой (2.4) для $P_C(t)$ интенсивность отказов системы можно вычислить из выражения

$$P_C(t) = 1 - \lambda_c t,$$

отсюда

$$\lambda_c = \frac{1 - P_C(t)}{t}.$$

Подставляя значения $P_C(100)$ и время $t = 100$ ч, получим

$$\lambda_c = \frac{1 - 0,9978}{100} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}.$$

Тогда частота отказов в соответствии с формулой (2.4) будет

$$a_c(t) \approx \lambda_c (1 - \lambda_c t) = 2,2 \cdot 10^{-5} (1 - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 2,195 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}.$$

Пример 2.8. Все элементы электронного усилителя работают в нормальный период эксплуатации, т.е. $\lambda = const$. Усилитель должен непрерывно работать в течение 10 ч. Из схемы известно, что усилитель состоит из 2 ламп, 8 резисторов и 6 конденсаторов. Интенсивность отказов всех элементов указана в табл. 2.1. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы системы $P_C(t)$ и среднюю наработку до первого отказа $\bar{T}_{o.c.}$.

Решение. Для выполнения ориентировочного расчета надежности усилителя рассчитаем интенсивность отказов компонентов по группам, и рассчитанные значения занесем в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Таблица расчета интенсивности отказов к примеру 2.8

Наименование и тип элемента	Обозначение по схеме	Количество элементов N_i	Интенсивность отказов $\lambda_i \cdot 10^{-5}$ 1/ч	Интенсивность отказов $N_i \cdot \lambda_i \cdot 10^{-5}$ 1/ч
Резистор	R ₁ , R ₂	2	0,09	0,18
Резистор	R ₃ , R ₄	2	0,12	0,24
Резистор	R ₅ , R ₆	2	0,10	0,20
Резистор	R ₇ , R ₈	2	0,10	0,20
Конденсатор	C ₁ , C ₂	2	0,03	0,06
Конденсатор	C ₃ , C ₄	2	0,13	0,26
Конденсатор	C ₅ , C ₆	2	0,09	0,18
Лампы	Л ₁ , Л ₂	2	9	18

Интенсивность отказов усилителя рассчитаем по формуле (2.3):

$$\lambda_c = (0,18 + 0,24 + 0,2 + 0,2 + 0,06 + 0,26 + 0,18 + 18) \cdot 10^{-5} = 19,32 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч)}.$$

$$P_C(10) = e^{-\lambda_c t} = e^{-19,32 \cdot 10^{-5} \cdot 10} = 0,9981$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{19,32 \cdot 10^{-5}} = 5176 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.9. Изделие состоит из $N = 3$ групп приборов. Отказы первой группы подчинены экспоненциальному закону надежности с интенсивностью отказов $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Отказы приборов второй группы – закону Релея с параметром $\sigma = 1000$ ч и отказы приборов третьей группы – закону Вейбулла с параметрами $\lambda_0 = 0,1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч и $k = 1,5$. Требуется определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 500$ часов.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы каждой группы приборов за время $t = 500$ часов.

$$P_1(500) = e^{-\lambda t} = e^{-0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 500} = 0,905;$$

$$P_2(500) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{(500)^2}{2 \cdot (1000)^2}} = 0,883;$$

$$P_3(500) = e^{-\lambda_0 t^k} = e^{-0,1 \cdot 10^{-4} \cdot 500^{1,5}} = 0,895.$$

$$P_C(500) = P_1(500) \cdot P_2(500) \cdot P_3(500) = 0,716.$$

2.3. Задачи

В настоящем разделе приведены задачи на расчет показателей надежности невосстанавливаемых изделий при основном соединении элементов. Эти задачи легко решать, используя типовые примеры, рассмотренные в разделе 2.2.

2.1. Аппаратура состоит из 2000 элементов, интенсивность отказов которых $\lambda = 0,33 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течение времени $t = 200$ часов и среднюю наработку до первого отказа. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_A(200) = 0,27$; $\bar{T}_{O.A} = 151,5$ ч.

2.2. Система управления состоит из 6000 элементов, интенсивность отказов которых $\lambda = 0,16 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение времени $t = 50$ часов и среднюю наработку до первого отказа. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $P_C(50) = 0,953$; $\bar{T}_{O.C} = 1040$ ч.

2.3. Невосстанавливаемая в процессе работы радиоаппаратура сантиметрового диапазона состоит из 1000 элементов. Требуемое время непрерывной работы $t = 200$ часов. Определить вероятность безотказной работы и среднюю наработку до первого отказа, если $\lambda = \text{const} = 0,1 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Ответ: $P_A(200) = 0,82$; $\bar{T}_{O.A} = 1000$ ч.

2.4. Прибор состоит из $N = 5$ узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна: $p_1(t) = 0,98$, $p_2(t) = 0,99$, $p_3(t) = 0,998$; $p_4(t) = 0,975$; $p_5(t) = 0,985$. Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

Ответ: $P_{np}(t) = 0,93$.

2.5. Изделие включает четыре устройства, надежность которых характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , равной: $p_1(t) = 0,94$, $p_2(t) = 0,95$, $p_3(t) = 0,97$; $p_4(t) = 0,945$. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия.

Ответ: $P_{изд}(t) = 0,819$.

2.6. Комплекс состоит из $N = 3$ систем. Надежность отдельных систем характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна: $p_1(t) = 0,78$, $p_2(t) = 0,93$, $p_3(t) = 0,82$. Необходимо определить вероятность безотказной работы комплекса.

Ответ: $P_K(t) = 0,595$.

2.7. – 2.9. Изделие состоит из N групп приборов. Отказы первой группы подчинены экспоненциальному закону надежности с интенсивностью отказов λ . Отказы приборов второй группы – закону Релея с параметром σ и отказы приборов третьей группы – закону Вейбулла с параметрами λ_0 и k . Требуется определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени t .

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Исходные данные и ответы к задачам 2.7 – 2.9

Номер задачи	Исходные данные						Ответ $P(t)$
	N групп	$\lambda \cdot 10^{-3}$, 1/ч	σ , ч	$\lambda_0 \cdot 10^{-4}$, 1/ч	k	t , ч	
2.7.	3	0,1	1200	0,03	1,5	1000	0,54
2.8.	2	-	1000	1,6	1,3	500	0,53

2.9.	2	0,09	-	1,3	1,3	120	0,93
------	---	------	---	-----	-----	-----	------

2.10. – 2.12. Система состоит из N блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\bar{T}_{o,i}$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3. Исходные данные и ответы к задачам 2.10 – 2.12

Номер задачи	Исходные данные						Ответ $\bar{T}_{O.C}$, ч
	N блоков	$\bar{T}_{O1}$, ч	$\bar{T}_{O2}$, ч	$\bar{T}_{O3}$, ч	$\bar{T}_{O4}$, ч	$\bar{T}_{O5}$, ч	
2.10.	3	150	750	500	-	-	100
2.11.	4	1600	1800	2000	2200	-	468
2.12.	5	20	30	40	50	60	6,9

2.13 – 2.15. Система состоит из N блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t равна $p_i(t)$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4. Исходные данные и ответы к задачам 2.13 – 2.15

Номер задачи	Исходные данные							Ответ $\bar{T}_{O.C}$, ч
	N блоков	t , ч	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$p_5(t)$	
2.13.	3	1000	0,97	0,98	0,96	-	-	10640
2.14.	5	240	0,9	0,8	0,85	0,7	0,75	210
2.15.	4	10	0,94	0,95	0,97	0,98	-	62,5

2.16 – 2.18. Система состоит из N элементов. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t)$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5. Исходные данные и ответы к задачам 2.16 – 2.18

Номер задачи	Исходные данные		Ответ $P_C(t)$
	$p(t)$	N элементов	
2.16	0,9999	1000	0,9
2.17	0,9998	50	0,99
2.18	0,9996	100	0,96

2.19 – 2.21. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_C(t)$. Система состоит из N равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6. Исходные данные и ответы к задачам 2.16 – 2.18

Номер задачи	Исходные данные		Ответ $p(t)$
	$P_C(t)$	N элементов	
2.19.	0,97	200	0,99985
2.20.	0,95	300	0,99983
2.21.	0,98	1000	0,99998

2.22 – 2.24. В изделия могут быть использованы только те элементы, интенсивность отказов которых равна λ . Изделие имеет число элементов N . Требуется определить среднюю наработку до первого отказа и вероятность безотказной работы в конце первого часа.

Исходные данные для решения задач и ответы приведены в табл.2.7.

Таблица 2.7. Исходные данные и ответы к задачам 2.16 – 2.18

Номер задачи	Исходные данные		Ответ	
	λ , 1/ч	N элементов	$P_C(t)$	$\bar{T}_{O.C}$, ч
2.22.	$1 \cdot 10^{-5}$	500	0,995	200
2.23.	$1 \cdot 10^{-5}$	2500	0,975	40
2.24.	$1 \cdot 10^{-3}$	100	0,905	10

2.25. Система состоит из трех устройств. Вероятность безотказной работы каждого устройства в течение времени $t = 100$ ч равна: $P_1(100) = 0,95$; $P_2(100) = 0,96$; $P_3(100) = 0,97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ: $\bar{T}_{O.C} = 1223,2$ ч.

2.26. Система состоит из двух устройств. Вероятность безотказной работы каждого устройства в течение времени $t = 100$ ч равна $P_1(100) = 0,9$; $P_2(100) = 0,8$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы системы за 200 ч работы.

Ответ: $P_C(200) = 0,52$.

2.27. Комплекс состоит из трех систем. Известны вероятности безотказной работы каждой системы в течение 50 ч, которые равны: $P_1(50) = 0,7$, $P_2(50) = 0,8$, $P_3(50) = 0,9$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы комплекса в течение 100 ч и среднее время наработки до отказа.

Ответ: $P_C(100) = 0,247$, $\bar{T}_{O.C} = 72,97$ ч.

2.28. Система состоит из трех приборов А, В, и С, причем отказ любого прибора ведет к отказу системы. На испытание было поставлено 100 приборов каждого типа. За 100 часов работы приборы типа А отказали 10 шт., приборы В – 20 шт. и приборы С – 50 шт. Определить наработку до

отказа системы в целом, если для приборов каждого типа справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $\bar{T}_{O.C} = 101$ ч.

2.29. Система состоит из 100 элементов с одинаковой интенсивностью отказов. Вероятность отказа системы в течение 50 ч $Q(50) = 0,2$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить наработку до первого отказа одного элемента системы.

Ответ: $\bar{T}_O = 22410$ ч

2.30. Система состоит из двух блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\bar{T}_{O1} = 200$ ч; $\bar{T}_{O2} = 40$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность отказа системы за 10 часов работы.

Ответ: $Q(10) = 0,259$

2.31. Система состоит из трех блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $\bar{T}_{O1} = 160$ ч; $\bar{T}_{O2} = 320$ ч; $\bar{T}_{O3} = 600$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить вероятность безотказной работы системы за 100 часов работы.

Ответ: $P_C(100) = 0,333$

2.32. Система управления состоит из 6000 приборов с одинаковой интенсивностью отказов. Средняя наработка до отказа системы управления $\bar{T}_{O.C} = 600$ ч. Требуется рассчитать вероятность отказа одного прибора за 10 часов непрерывной работы. Справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $q(10) = 0,3 \cdot 10^{-5}$

2.33. Система состоит из n одинаковых элементов. Средняя наработка до первого отказа одного элемента $\bar{T}_O = 1000$ ч. Известно, что вероятность отказа системы в течение 100 ч $Q(100) = 0,4$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить число элементов.

Ответ: $n=5$

2.34. Схема расчета надежности устройства приведена на рис.2.2. Интенсивность отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$

1/ч, $\lambda_2 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_3 = 0,8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Закон надежности считаем экспоненциальным. Найти среднюю наработку до первого отказа устройства.

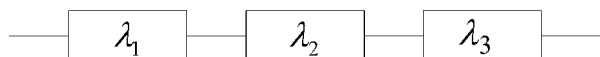


Рисунок 2.2. Схема расчета надежности (к задаче 2.34).

Ответ: $\bar{T}_{O,C} = 625$ ч

2.35. – 2.40. Необходимо выполнить ориентировочный расчет показателей надежности системы, состоящей из N элементов различного типа. Требуется вычислить вероятность безотказной работы системы в течение времени t и среднюю наработку до первого отказа $\bar{T}_O$.

Расчет следует выполнить по данным о надежности элементов, приведенным в приложении 2.

Исходные данные для решения задачи приведены в табл.2.8.

Таблица 2.8. Исходные данные к задачам 2.35 – 2.40

Номер задачи	Резисторы		Конденсаторы		Транзисторы		Время работы
	тип	шт	тип	шт	тип	шт	t , ч
2.35	BC-0,25	20	Слюдяные Танталовые	10 12	Германиевые маломощные	5	650
	BC-0,5	14			низкочастотные	4	
	BC-1	6			Кремниевые мощные высокочастотные		
2.36	МЛТ-0,5	32	Керамические Танталовые	8 15	Германиевые мощные высокочастотные	4	260
	МЛТ-1	19			Кремниевые маломощные	11	
	МЛТ-2	4			низкочастотные		
2.37	МЛТ-0,25	40	Керамические Танталовые Слюдяные	30 49 6	Кремниевые мощные высокочастотные	10	5000
	МЛТ-1	2			Германиевые микромодульные	7	
2.38	МЛТ-0,25	21	Слюдяные	8	Германиевые мощные высокочастотные	6	2000
	МЛТ-0,5	5			маломощные	4	
	МЛТ-1	3			низкочастотные		
2.39	МЛТ-0,25	13	Керамические Танталовые	18 3	Кремниевые маломощные низкочастотные	5	250
	МЛТ-0,5	10			мощные	9	
	МЛТ-2	2			высокочастотные		
2.40	МЛТ-0,25	25	Керамические Танталовые	27 6	Германиевые мощные	8	500
	ПКВ-2	2					

					высокочастотные мощные низкочастотные	12	
--	--	--	--	--	---	----	--

Ответ: Результаты расчетов приведены в табл. 2.9.

Таблица 2.9. Результаты расчетов к задачам 2.35 -2.40

Номер задачи	2.35	2.36	2.37	2.38	2.39	2.40
$P(t)$	0,9516	0,8688	0,3719	0,8772	0,9801	0,9234
$\bar{T}_O$, ч	13089	1848	5056	15267	12422	6274

2.41. Средняя наработка прибора до отказа равна $\bar{T}_O = 10000$ ч. Для прибора справедлив экспоненциальный закон надежности. Найти время работы прибора t , если вероятность безотказной работы $P(t) = 0,9$.

Ответ: $t = 1050$ ч

2.42. Средняя наработка до отказа изделия $\bar{T}_O = 1000$ ч. Найти частоту отказа изделия для момента времени равного средней наработке до отказа, если интенсивность отказа постоянна.

Ответ: $\alpha(1000) = 0,37 \cdot 10^{-3}$ 1/ч

2.43. Вероятность безотказной работы изделия за время $t = 200$ ч равна $P(200) = 0,98$. Определить вероятность отказа изделия за 100 и 300 часов работы, если интенсивность отказов постоянна.

Ответ: $Q(100) = 0,01$, $Q(300) = 0,03$

2.44. Нарботка изделия до отказа подчиняется закону распределения Вейбулла с параметрами $\lambda_0 = 0,1 \cdot 10^{-5}$ 1/ч, $k = 2$. Определить вероятность безотказной работы изделия за 200 часов работы.

Ответ: $P(200) = 0,96$,

2.45. Нарботка изделия до отказа подчиняется закону распределения Вейбулла с параметрами $\lambda_0 = 0,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $k = 0,5$. Определить время работы изделия t , если вероятность безотказной работы $P(t) = 0,9$.

Ответ: $t = 22,95$ ч

2.46. – 2.50. Система состоит из n последовательно соединенных элементов. Вероятность безотказной работы в течение времени t ч равна $P_C(t)$. Определить интенсивность отказов одного элемента.

Исходные данные для решения задачи и ответы приведены в табл.2.10

Таблица 2.10. Исходные данные и ответы к задачам 2.50 -2.55.

Номер задачи	Исходные данные			Ответы
	n , шт	t , ч	$P_C(t)$	λ , 1/ч
2.50	3	2000	0.98	$3,3 \cdot 10^{-6}$
2.51	5	500	0,997	$1,2 \cdot 10^{-6}$
2.52	2	100	0,996	$0,2 \cdot 10^{-4}$
2.53	10	10000	0,999	$0,1 \cdot 10^{-7}$
2.54	4	1000	0,998	$5 \cdot 10^{-8}$

3. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

3.1. Методы расчета

Резервирование применение дополнительных средств и (или) возможностей с целью сохранения работоспособного состояния изделия при отказе одного или нескольких его элементов.

В этом случае отказ наступает только после отказа основных и всех резервных элементов. При этом возможно резервирование на уровне всей системы в целом (общее резервирование) или на уровне отдельных ее элементов (раздельное резервирование).

На практике применяются способы резервирования, приведенные на рис. 3.1. Схемные реализации различных способов резервирования показаны на рис. 3.2.

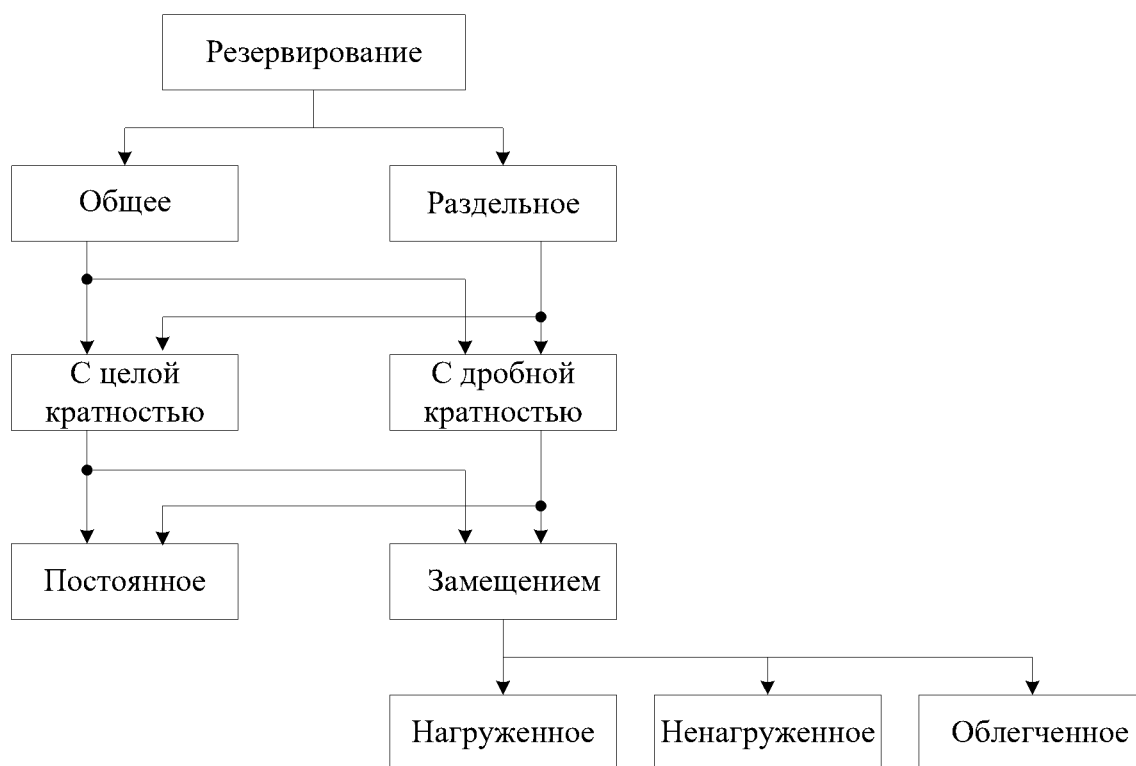


Рисунок 3.1. Способы резервирования

Общее резервирование - резервирование, при котором резервируемым элементом является все изделие в целом (рис.3.2,а). Раздельное резервирование – резервирование, при котором резервируемыми являются отдельные элементы изделия или их группы (рис.3.2,б).

Основным параметром резервирования является его кратность. Кратность резерва - отношение числа резервных элементов изделия к числу

резервируемых ими основных элементов изделия, выраженное несокращенной дробью.

В зависимости от кратности резервирование подразделяется на резервирование с целой и дробной кратностью. Схемные обозначения обоих видов резервирования при постоянном включении резерва одинаковы. Для их различия на схеме указывается кратность резервирования m .

При резервировании с целой кратностью величина m есть целое число, при резервировании с дробной кратностью – дробное несокращаемое число.

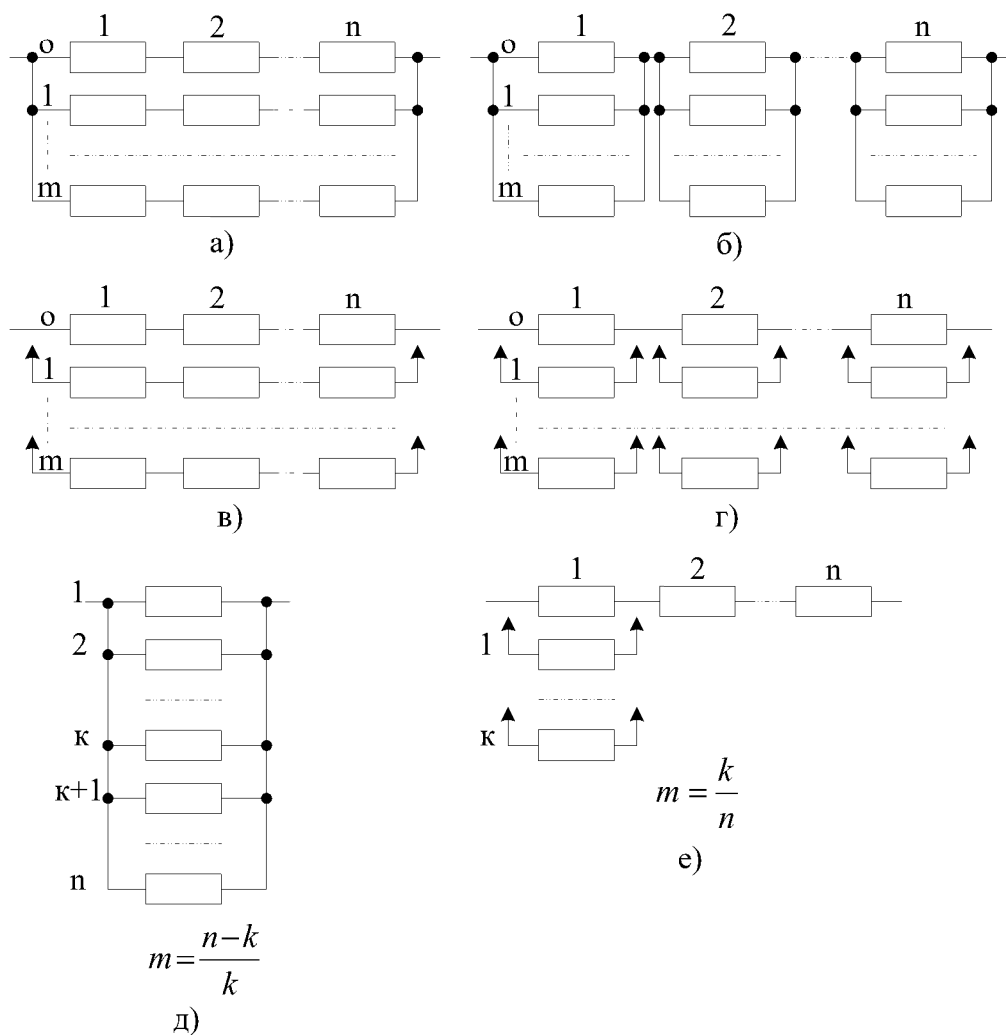


Рисунок 3.2. Схемные реализации различных способов резервирования
а) общее постоянное с целой кратностью; б) раздельное постоянное с целой кратностью; в) общее замещением с целой кратностью; г) раздельное замещением с целой кратностью; д) общее постоянное с дробной кратностью; е) раздельное замещением с дробной кратностью.

Например, $m = \frac{4}{2}$ означает наличие резервирования с дробной кратностью, при котором число резервных элементов равно четырем, число основных – двум, а общее число элементов – шести. Сокращать дробь нельзя, так как если $m = \frac{4}{2} = 2$, то это означает, что имеет место резервирование с целой кратностью, при котором число резервных элементов равно двум, а общее число элементов равно трем.

По способу включения резервирование разделяется на постоянное и резервирование замещением. *Постоянное резервирование – резервирование без перестройки структуры изделия при возникновении отказа его элемента. Резервированием замещением – резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента.*

При включении резерва по способу замещения резервные элементы до момента включения в работу могут находиться в трех состояниях:

- нагруженном;
- облегченном;
- ненагруженном.

Приведем основные расчетные формулы для указанных выше видов резервирования.

1. *Общее резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью (рис.3.2,а):*

$$P_C(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n p_i(t) \right]^{m+1}, \quad (3.1)$$

где $p_i(t)$ - вероятность безотказной работы i -го элемента в течение времени t ; n – число элементов основной системы или любой из резервных систем; m – кратность резервирования (число резервных цепей).

При экспоненциальном законе распределения надежности, когда $p_i(t) = e^{-\lambda_i \cdot t}$,

$$P_C(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_o t})^{m+1}, \quad (3.2)$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_o} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = \bar{T}_O \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1}, \quad (3.3)$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_o(m+1)e^{-\lambda_o t} \left(1 - e^{-\lambda_o t}\right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_o t}\right)^{m+1}}, \quad (3.4)$$

где $\lambda_o = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ - интенсивность отказов основной системы или любой из резервных систем; $\bar{T}_O$ - среднее время наработки до первого отказа основной системы или любой из резервных систем.

При резервировании неравнонадежных изделий

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=0}^m q_i(t) = 1 - \prod_{i=0}^m [1 - p_i(t)], \quad (3.5)$$

где $q_i(t)$, $p_i(t)$ - вероятность отказов и вероятность безотказной работы i -го изделия в течение времени t соответственно.

2. *Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью* (рис.3.2,б):

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^n \{1 - [1 - p_i(t)]^{m_i+1}\}, \quad (3.6)$$

где $p_i(t)$ - вероятность безотказной работы i -го элемента в течение времени t ; m_i - кратность резервирования i -го элемента; n - число элементов основной системы.

При экспоненциальном законе распределения надежности, когда $p_i(t) = e^{-\lambda_i \cdot t}$,

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^n \{1 - [1 - e^{-\lambda_i \cdot t}]^{m_i+1}\}. \quad (3.7)$$

При равнонадежных элементах и одинаковой кратности резервирования

$$P_C(t) = \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}\right]^n, \quad (3.8)$$

$$\bar{T}_{O.C} = \int_0^\infty P_C(t) dt = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{v_i(v_i+1) \dots (v_i+n-1)}, \quad (3.9)$$

$$\lambda_C(t) = \frac{n(m+1)\lambda e^{-\lambda t} \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}}, \quad (3.10)$$

где λ - интенсивность отказа одного элемента системы; $v_i = \frac{i+1}{m+1}$.

3. Общее резервирование замещением с целой кратностью (рис.3.2,в):

При экспоненциальном законе надежности и ненагруженном состоянии резерва

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!}, \quad (3.11)$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{m+1}{\lambda_o} = (m+1)\bar{T}_O, \quad (3.12)$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_o (\lambda_o t)^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!}} \quad (3.13)$$

где λ_o , $\bar{T}_O$ - интенсивность отказа и средняя наработка до первого отказа основной (нерезервированной) системы.

При экспоненциальном законе надежности и облегченном состоянии резерва

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \left[1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_i t})^i \right], \quad (3.14)$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_o} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + ik}, \quad (3.15)$$

где $a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right)$; $k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}$; λ_1 - интенсивность отказов резервного устройства до замещения.

При нагруженном состоянии резерва формулы для $P_C(t)$ и $\bar{T}_{O.C}$ совпадают с (3.2) и (3.3) соответственно.

4. Раздельное резервирование замещением с целой кратностью (рис.3.2,г):

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) \quad (3.16)$$

где $P_i(t)$ - вероятность безотказной работы системы из-за отказов элементов i -го типа, резервированных по способу замещения. Вычисляется $P_i(t)$ по формулам общего резервирования замещением [формулы (3.11), (3.14)].

При равной надежности всех элементов:

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \left[\sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!} \right]^n, \quad (3.17)$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_o (\lambda t)^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}}. \quad (3.18)$$

5. *Общее резервирование с дробной кратностью и постоянно включенным резервом (рис.3.2,д):*

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i P^{n-i}(t) \cdot [1 - P(t)]^i, \quad (3.19)$$

где $P(t)$ - вероятность безотказной работы основной или любой из резервных систем; n – общее число элементов расчета резервированного соединения, k – число элементов необходимое для нормальной работы, $n-k$ – число резервных элементов. Кратность резервирования $m = \frac{n-k}{k}$, $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ - число комбинаций из n элементов по i .

При экспоненциальном законе распределения функции надежности

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i e^{-\lambda(n-i)t} (1 - e^{-\lambda t})^i, \quad (3.20)$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{n-k} \frac{1}{k+i}. \quad (3.21)$$

6. *Раздельное резервирование замещением с дробной кратностью (скользящее резервирование) (рис.3.2,е):*

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!} \quad (3.22)$$

Этот вид резервирования применяется, если все элементы системы выполняют одинаковые функции. Основная система имеет n элементов, а k элементов находятся в холодном резерве. Кратность резервирования $m = \frac{k}{n}$.

Надежность данной системы равна надежности системы с общим резервированием с замещением, но в то же время имеет в n раз меньше

резервных элементов. Однако переключающие устройства при этом усложняются.

Вероятность безотказной работы резервированной системы можно вычислить, суммируя вероятности всех благоприятных гипотез, т.е.

$$P_C(t) = \sum_{j=1}^k p_j(t), \quad (3.23)$$

где $p_j(t)$ - вероятность j -й благоприятной гипотезы, k - число благоприятных гипотез.

При расчете показателей надежности дискретных устройств управления требуется учитывать характер возникающих в них неисправностей (например, в безопасных системах). Поэтому в таких устройствах отдельно подсчитывается вероятность отсутствия ложного сигнала «0» - $P_0(t)$ и вероятность отсутствия ложного сигнала «1» - $P_1(t)$. На рис.3.3 показана избыточная структура, содержащая n идентичных каналов передачи информации.

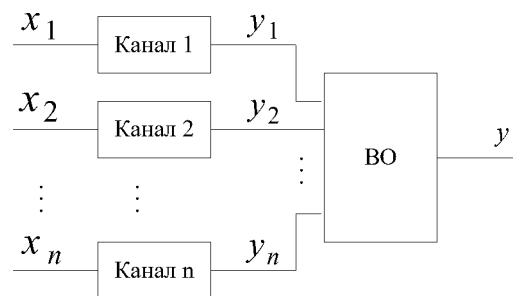


Рис.3.3 Избыточная структура

Число n называется *избыточностью структуры*. На входы каналов поступают двоичные переменные $x_1 \dots x_n$. Выходы каналов подключены к входам одного восстанавливающего органа (ВО). Такая структура называется $(n,1)$ – структурой. Если все элементы структуры исправны, то сигналы y_i на выходах каналов равны и на выходе восстанавливающего органа формируется сигнал

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = y.$$

Если в одном или нескольких каналах возникает неисправность, то на выходах появляются ошибки типа $0 \rightarrow 1$ или $1 \rightarrow 0$. Восстанавливающий орган корректирует (исправляет) определенное число ошибочных сигналов y_i и реализует в этом случае некоторую пороговую функцию:

$$y = M_n^d = f(y_1, y_2 \dots y_n) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n y_i - d \geq 0, \\ 0, & \sum_{i=1}^n y_i - d < 0, \end{cases} \quad 3.24$$

где n - избыточность (число входов восстанавливающего органа), y_i - значение логической переменной, d - порог восстанавливающего органа.

При нечетном n , если порог $d = \frac{n+1}{2}$ восстанавливающий орган реализует мажоритарную логическую функцию.

При расчете показателей надежности $(n,1)$ – структур (рис.3.3) будем предполагать, что ВО абсолютно надежен и известны $p_0(t)$ - вероятность отсутствия в каналах ошибки типа $1 \rightarrow 0$ и $p_1(t)$ - вероятность отсутствия в каналах ошибки типа $0 \rightarrow 1$. Тогда вероятности отсутствия ложных сигналов «0» и «1» можно определить по формулам:

$$P_0(t) = C_n^d \cdot (1 - p_0(t))^{n-d} + C_n^{d+1} \cdot (p_0(t))^{d+1} \cdot (1 - p_0(t))^{n-(d+1)} + \dots + C_n^n \cdot (p_0(t))^n = \sum_{i=d}^n C_n^i \cdot (p_0(t))^i \cdot (1 - p_0(t))^{n-i} \quad 3.25$$

$$P_1(t) = C_n^{n-(d-1)} \cdot (p_1(t))^{n-(d-1)} \cdot (1 - p_1(t))^{d-1} + C_n^{n-(d-2)} \cdot (p_1(t))^{n-(d-2)} \cdot (1 - p_1(t))^{d-2} + \dots + C_n^n \cdot (p_1(t))^n = \sum_{i=n-(d-1)}^n C_n^i \cdot (p_1(t))^i \cdot (1 - p_1(t))^{n-i} \quad 3.26$$

Часто для расчетов удобнее пользоваться выражениями для вероятности отказов Q_0, Q_1 . Эти выражения получают по аналогии с формулами (3.25) и (3.26):

$$Q(t) = \sum_{i=n-(d-1)}^n C_n^i \cdot (q_0(t))^i \cdot (1 - q_0(t))^{n-i} \quad 3.27$$

$$Q_1(t) = \sum_{i=d}^n C_n^i \cdot (q_1(t))^i \cdot (1 - q_1(t))^{n-i} \quad 3.28$$

Реально надежность $(n,1)$ – структур зависит от надежности ВО. Так как ВО является последним сравнивающим элементом структуры, то надежность $(n,1)$ – структуры в целом не может быть выше надежности ВО.

В приложении 3 приведены выражения для расчета показателей надежности некоторых $(n,1)$ – структур.

3.2. Типовые примеры и их решения

Пример 3.1. Дана система, схема расчета показателей надежности которой изображена на рис.3.4. Необходимо найти вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов (значения вероятностей указаны на рисунке).

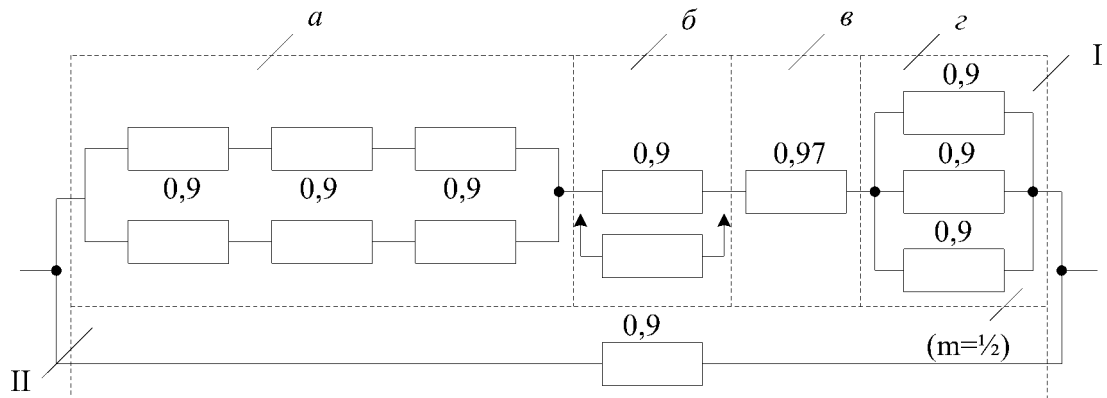


Рисунок 3.4. Схема расчета показателей надежности (к примеру 3.1).

Решение. Из рисунка 3.4 видно, что система состоит из двух (I и II) неравнонадежных устройств.

Устройство I состоит из четырех узлов:

а – дублированного узла с постоянно включенным резервом, причем каждая часть узла состоит из трех последовательно соединенных (в смысле надежности) элементов;

б – дублированного узла по способу замещения;

в – узла с одним нерезервированным элементом;

г – резервированного узла с кратностью резервирования $m = \frac{1}{2}$.

Устройство II представляет собой нерезервированное устройство, надежность которого известна.

Так как оба устройства неравнонадежны, то на основании формулы (3.5) имеем

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=0}^m (1 - p_i(t)) = 1 - [1 - p_I(t)] \cdot [1 - p_{II}(t)].$$

Найдем вероятность $p_I(t)$. Вероятность безотказной работы устройства I равна произведению безотказной работы всех узлов, т.е. $p_I(t) = p_a(t) \cdot p_b(t) \cdot p_v(t) \cdot p_z(t)$.

В узле *a* число элементов основной и резервной цепи $n = 3$, а кратность резервирования $m = 1$, тогда на основании формулы (3.1), имеем

$$p_a(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^3 p_i(t) \right]^2 = 1 - (1 - 0.9^3)^2 = 0.93.$$

В узле *b* кратность общего резервирования замещением $m = 1$, тогда на основании формулы (3.11) имеем

$$p_b(t) = e^{-\lambda \cdot t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!} = e^{-\lambda \cdot t} (1 + \lambda \cdot t) = 0.9 \cdot (1 + 0.1) = 0.99.$$

В узле *c* применено резервирование с дробной кратностью. В этом случае число основных и резервных систем $n = 3$, число систем, необходимых для нормальной работы $k = 2$. Тогда на основании формулы (3.19)

$$p_c(t) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i p^{n-i}(t) \cdot [1 - p(t)]^i = \sum_{i=0}^1 C_3^i p^{3-i}(t) \cdot [1 - p(t)]^i = 3p^2(t) - 2p^3(t) = 0.972$$

Вероятность безотказной работы устройства I будет

$$p_I(t) = p_a(t) \cdot p_b(t) \cdot p_c(t) = 0.93 \cdot 0.99 \cdot 0.97 \cdot 0.972 = 0.868.$$

Тогда вероятность безотказной работы резервированной системы будет

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=0}^m (1 - p_i(t)) = 1 - [1 - p_I(t)] \cdot [1 - p_{II}(t)] = 1 - (1 - 0.868)(1 - 0.9) = 0.987.$$

Пример 3.2. Вероятность безотказной работы преобразователя постоянного тока в переменный в течение $t = 1000$ ч равна 0,95. Для повышения надежности системы электроснабжения на объекте имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы и среднюю наработку до первого отказа системы, состоящей из двух преобразователей.

Решение. В данном случае имеет место общее резервирование замещением кратности $m=1$. Для расчета вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (3.11):

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!} = e^{-\lambda_o t} (1 + \lambda_o t).$$

По условию задачи вероятность безотказной работы основной системы $P_O(1000) = e^{-\lambda_o t} = 0.95$, тогда $\lambda_o t = \ln 0.95 = 0.05$. Подставив эти значения в формулу, получим:

$$P_C(1000) = 0,95(1 + 0,05) = 0,9975.$$

Среднюю наработку до первого отказа системы рассчитаем по формуле (3.12):

$$\bar{T}_{O.C} = (m+1)\bar{T}_O = 2\bar{T}_O.$$

Так как в течение времени $t = 1000$ ч $\lambda_o t = 0,05$, то $\lambda_o = \frac{0,05}{t} = \frac{0,05}{1000} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ (1/ч), а средняя наработка до первого отказа нерезервированного преобразователя $\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda_o} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-4}} = 20000$ (ч).

Тогда средняя наработка до первого отказа резервированной системы $\bar{T}_{O.C} = 2\bar{T}_O = 40000$ (ч).

Пример 3.3. Система состоит из 10 равнонадежных элементов, средняя наработка до первого отказа элемента $\bar{T}_O = 1000$ ч. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа $\bar{T}_{O.C}$ системы, а также частоту отказов $\alpha_C(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_C(t)$ в момент времени $t = 50$ ч в следующих случаях:

- 1) нерезервированной системы;
- 2) дублированной системы при постоянно включенном резерве;
- 3) дублированной системы при включении резерва по способу замещения.

Решение. По условию задачи справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов, поэтому средняя наработка до отказа основной системы

$$\bar{T}_{O.O} = \bar{T}_{O.1} = \frac{1}{\lambda_o} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{10} \lambda_i} = \frac{1}{10 \cdot \lambda} = \frac{\bar{T}_O}{10} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ (ч)}.$$

Тогда на основании формулы (3.3) для средней наработки до первого отказа при постоянно включенной одной резервной системе имеем

$$\bar{T}_{O.C} = \bar{T}_{O.2} = \bar{T}_{O.O} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = \bar{T}_{O.O} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 150 \text{ (ч)}.$$

При дублировании системы по методу замещения

$$\bar{T}_{O.C} = \bar{T}_{O.3} = \bar{T}_{O.O} (m+1) = 2\bar{T}_{O.O} = 200 \text{ (ч)}.$$

В случае нерезервированной системы интенсивность отказов не зависит от времени и равна сумме интенсивностей отказов элементов.

Найдем интенсивность и частоту отказов системы в момент времени $t = 50$ ч для случая 1:

$$\lambda_1(50) = \sum_{i=1}^{10} \lambda_i = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\bar{T}_{O,i}} = \frac{1}{\bar{T}_{O,O}} = 0,01 \text{ (1/ч)}.$$

$$\alpha_1(50) = \lambda_1(50) \cdot P(50) = \lambda_1(50) \cdot e^{-\lambda_1(50) \cdot 50} = 0,01 \cdot e^{-0,01 \cdot 50} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

В случае дублированной системы интенсивность и частота отказов могут быть найдены по известной вероятности безотказной работы системы. В рассматриваемом случае число элементов нерезервированной системы $n = 10$, кратность резервирования $m = 1$. Тогда на основании формул (3.2) и (3.11) имеем

$$P_2(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_o t})^{m+1} = 2e^{-\lambda_o t} - e^{-2\lambda_o t},$$

$$P_3(t) = e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!} = e^{-\lambda_o t} (1 + \lambda_o t)$$

Найдем интенсивность и частоту отказов для случаев 2 и 3:

$$\alpha_2(t) = -\frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda_o e^{-\lambda_o t} (1 - e^{-\lambda_o t}),$$

$$\lambda_2(t) = \frac{\alpha_2(t)}{P_2(t)} = \frac{2\lambda_o e^{-\lambda_o t} (1 - e^{-\lambda_o t})}{2e^{-\lambda_o t} - e^{-2\lambda_o t}} = \frac{2\lambda_o (1 - e^{-\lambda_o t})}{2 - e^{-\lambda_o t}},$$

$$\alpha_3(t) = -\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_o^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_o t},$$

$$\lambda_3(t) = \frac{\alpha_3(t)}{P_3(t)} = \frac{\lambda_o^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_o t}}{e^{-\lambda_o t} (1 + \lambda_o t)} = \frac{\lambda_o^2 \cdot t}{1 + \lambda_o t}.$$

Подставляя в полученные выражения исходные данные, будем иметь:

$$\alpha_2(50) = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч);} \quad \lambda_2(50) = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч);}$$

$$\alpha_3(50) = 3 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч);} \quad \lambda_3(50) = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч);}$$

Пример 3.4. Для повышения надежности усилителя все его элементы дублированы. Предполагается, что все элементы подвержены лишь одному виду отказов и последствия отказов отсутствуют. Необходимо найти вероятность безотказной работы усилителя в течение $t = 5000$ ч. Состав

элементов нерезервированного усилителя и данные о интенсивности отказов его элементов приведены в табл.3.1.

Таблица 3.1. Данные о интенсивности отказов элементов (к примеру 3.4)

Элементы	Количество элементов	Интенсивность отказов элементов λ , 10^{-3} 1/ч
Транзисторы	1	2,16
Резисторы	5	0,23
Конденсаторы	3	0,32
Диоды	1	0,78
Катушки индуктивности	1	0,09

Решение. В данном случае имеет место отдельное резервирование с кратностью $m=1$, число элементов нерезервированной системы $n=11$. Тогда используя данные табл.3.1, на основании формулы (3.7) получим:

$$P_C(5000) = \prod_{i=1}^{11} \{1 - [1 - e^{-\lambda_i \cdot 5000}]^2\}.$$

Так как $\lambda_i \ll 1$, то для приближенного вычисления показательную функцию можно разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами разложения $1 - e^{-\lambda_i \cdot 5000} = 5000\lambda_i$. Тогда

$$P_C(5000) = \prod_{i=1}^{11} \{1 - [1 - 5000\lambda_i]^2\} = 1 - \sum_{i=1}^{11} (5000\lambda_i)^2 = 1 - 5000^2 \sum_{i=1}^{11} \lambda_i^2 = 0,985$$

Пример 3.5. Схема расчета показателей надежности устройства приведена на рис.3.5:

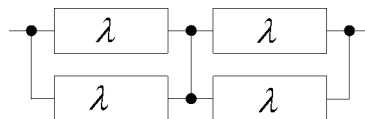


Рисунок 3.5. Схема расчета показателей надежности (к примеру 3.5).

Предполагается, что последствие отказов отсутствует и все элементы расчета равнонадежны. Интенсивность отказа элементов $\lambda = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$. Требуется определить наработку до первого отказа резервированной системы.

Решение. В данном случае имеет место отдельное резервирование равнонадежных устройств с постоянно включенным резервом. Число элементов нерезервированной системы $n=2$, кратность резервирования $m=1$. Для вычисления средней наработки до первого отказа воспользуемся формулой (3.9):

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{v_i(v_i+1) \dots (v_i+n-1)} = \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{v_i(v_i+1)}.$$

Так как

$$v_i = \frac{i+1}{m+1} = \frac{i+1}{2},$$

то $v_0 = \frac{1}{2}$, $v_1 = 1$.

Тогда

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{2\lambda} \left[\frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right] = \frac{11}{12\lambda} = \frac{11}{12 \cdot 1,35 \cdot 10^{-3}} = 680 \text{ (ч)}$$

Пример 3.6. Схема расчета показателей надежности приведена на рис.3.6. Интенсивности отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0,23 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Предполагаем, что последствие отказов элементов отсутствует. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа устройства.

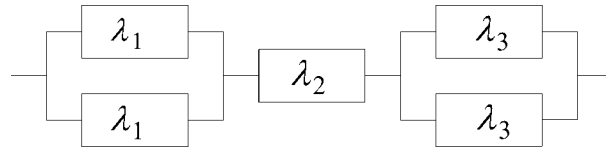


Рисунок 3.6. Схема расчета показателей надежности (к примеру 3.6).

Решение. Готовой формулы для средней наработки до первого отказа в рассматриваемом случае нет. Поэтому необходимо воспользоваться соотношением:

$$\bar{T}_{O.C} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt.$$

Найдем выражение для вероятности безотказной работы устройства. Очевидно $P_C(t) = p_I(t) \cdot p_{II}(t) \cdot p_{III}(t)$, где

$$p_I(t) = 1 - [1 - p_1(t)]^2 = 2p_1(t) - p_1^2(t);$$

$$p_{III}(t) = 1 - [1 - p_3(t)]^2 = 2p_3(t) - p_3^2(t).$$

Тогда, подставляя значения $p_I(t)$ и $p_{III}(t)$ в выражение для $P_C(t)$, получим

$$P_C(t) = [2p_1(t) - p_1^2(t)] \cdot p_2(t) \cdot [2p_3(t) - p_3^2(t)] = 4p_1(t)p_2(t)p_3(t) - 2p_3^2(t)p_2(t)p_1(t) - 2p_1^2(t)p_2(t)p_3(t) + p_1^2(t)p_2(t)p_3^2(t)$$

Так как $p_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$; $p_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$; $p_3(t) = e^{-\lambda_3 t}$, то

$$P_C(t) = 4e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - 2e^{-(2\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t} - 2e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)t}.$$

$$\bar{T}_{O.C} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt = \frac{4}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{2}{2\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1} - \frac{2}{2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} + \frac{1}{2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3}.$$

Подставляя в выражение для $\bar{T}_{O.C}$ значение интенсивностей отказов из условия задачи, получаем

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{4}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,4)} - \frac{2}{10^{-3}(0,8 + 0,05 + 0,23)} - \frac{2}{10^{-3}(0,46 + 0,05 + 0,4)} + \frac{1}{10^{-3}(0,46 + 0,05 + 0,8)} = 2590 \text{ (ч)}$$

Пример 3.7. Система имеет кратность общего резервирования $m=5$. Основная нерезервированная система содержит четыре равнонадежных элемента с логически последовательным соединением. Интенсивность отказа одного элемента $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-3}$ (1/ч). Определить характеристики надежности системы за 1000 ч работы.

Решение. Определим интенсивность отказов основной системы по формуле:

$$\lambda_o = n \cdot \lambda = 4\lambda = 4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Вероятность безотказной работы системы определим по формуле (3.2):

$$P_C(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_o t})^{m+1} = 1 - (1 - e^{-0,8})^6 = 0,972.$$

Среднее время наработки до первого отказа и интенсивность отказов системы соответственно равны

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda_o} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = \frac{1}{0,8 \cdot 10^{-3}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = 3062 \text{ (ч)}.$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_o (m+1) e^{-\lambda_o t} (1 - e^{-\lambda_o t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_o t})^{m+1}} = \frac{0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 6 e^{-0,8} (1 - e^{-0,8})^5}{1 - (1 - e^{-0,8})^6} = 0,11 \cdot 10^{-3}$$

Пример 3.8. Вычислительная система построена из 500 однотипных блоков с интенсивностью отказа $\lambda = 0,3 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. В скользящем холодном резерве находятся пять таких же блоков, которые могут заменить любой из отказавших блоков. Определить показатели надежности системы за 10000 часов работы.

Решение. Определим показатели надежности системы, используя формулы

$$P_C(t) = e^{-\lambda_o t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!}$$

$$\lambda_C(t) = \frac{\lambda_o (\lambda_o t)^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_o t)^i}{i!}}$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{m+1}{\lambda_o} = (m+1)\bar{T}_O$$

Определим интенсивность отказов основной системы за время $t = 10000$ ч.

$$\lambda_o t = n\lambda t = 0,3 \cdot 10^{-6} \cdot 500 \cdot 10000 = 1,5.$$

Тогда

$$P_C(10000) = e^{-1,5} \left[1 + 1,5 + \frac{(1,5)^2}{2!} + \frac{(1,5)^3}{3!} + \frac{(1,5)^4}{4!} + \frac{(1,5)^5}{5!} \right] = 0,2231 \cdot 4,4617 = 0,9954$$

$$\lambda_C = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} (1,5)^5}{5! \cdot 4,4617} = 0,21 \cdot 10^{-6} \text{ (1/ч)}$$

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{5+1}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 40000 \text{ (ч)}.$$

Пример 3.9. Для повышения точности измерения некоторой величины применена схема группирования приборов из пяти по три, т.е. результат измерения считается верным по показанию среднего (третьего) прибора. Требуется найти вероятность и среднее время наработки до первого отказа такой системы, если интенсивность отказов каждого прибора $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, последствие отказов отсутствует, а время, в течение которого система измерения должна быть исправна, $t = 500$ ч.

Решение. Решим эту задачу двумя способами.

Способ 1. В данном случае измерительная система отказывает в том случае, если откажут из приборов три и более, т.е. имеет место общее резервирование дробной кратности, когда общее число приборов $n = 5$, число приборов, необходимых для нормальной работы $k = 3$, а кратность резервирования $m = \frac{2}{3}$.

Используя формулу (3.19), получим

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{n-k} C_n^i p^{n-i}(t) \cdot [1-p(t)]^i = \sum_{i=0}^2 C_5^i p^{5-i}(t) \cdot [1-p(t)]^i = 6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3(t)$$

Так как вероятность безотказной работы одного прибора в течение времени $t = 500$ ч будет

$$p(500) = e^{-\lambda t} = e^{-0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 500} = 0,82, \text{ то}$$

$$P_C(500) = 6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3(t) = 15 \cdot 0,82^5 - 15 \cdot 0,82^4 + 10 \cdot 0,82^3 = 0,95.$$

Средняя наработка до первого отказа системы вычисляется по формуле (3.21):

$$\bar{T}_{O.C} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{n-k} \frac{1}{k+i} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{3+i} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{47}{60\lambda} = \frac{47}{60 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}} = 1958 \text{ (ч)}$$

Способ 2. Благоприятными ситуациями в рассматриваемом случае являются следующие:

- 1) все пять приборов исправны, вероятность этой гипотезы $p_1(t) = p^5(t)$;
- 2) один любой прибор отказал, а остальные исправны; так как приборов пять и каждый может отказаться с равной вероятностью, $q = 1 - p$, то $p_2(t) = 5qp^4 = 5p^4 - 5p^5$;
- 3) два любых прибора из пяти отказали (таких ситуаций может быть $C_5^2 = 10$), а остальные три исправны, вероятность такого события будет

$$p_3(t) = C_5^2 q^2 p^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} (1-p)^2 p^3 = 10p^3 - 20p^4 + 10p^5.$$

Вероятность безотказной работы измерительной системы на основании (3.23) будет

$P_C(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = 6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3(t)$, что совпадает с ответом, полученным при первом способе решения.

Средняя наработка до первого отказа вычисляется в данном случае путем интегрирования $P_C(t)$ по всей временной оси:

$$\bar{T}_{O.C} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt = \int_0^{\infty} [6p^5(t) - 15p^4(t) + 10p^3(t)] dt$$

$$\bar{T}_{O.C} = 6 \int_0^{\infty} e^{-5\lambda t} dt - 15 \int_0^{\infty} e^{-4\lambda t} dt + 10 \int_0^{\infty} e^{-3\lambda t} dt = \left(\frac{6}{5} - \frac{15}{4} + \frac{10}{3} \right) \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{47}{60\lambda}, \quad \text{что}$$

совпадает с ответом, полученным при первом способе решения.

Пример 3.10. Система, представляющая мажоритарную (3,1) – структуру, состоит из трех логически последовательно соединенных блоков, которые образуют три вычислительных канала. Известны вероятности отсутствия ложного сигнала «0» каждого из блоков, которые соответственно равны: $p_{01} = 0,93$, $p_{02} = 0,95$, $p_{03} = 0,98$. Система считается работоспособной, если работоспособны два ее канала. Найти вероятность отсутствия ложного сигнала «0» системы в целом, если ВО абсолютно надежный.

Решение. Вероятность отсутствия ложного нуля для (3,1) – структуры, в которой логическая формула ВО (система голосования) M_3^2 , равна:

$$P_0(t) = 3p_0^2(t) - 2p_0^3(t).$$

Учитывая, что канал образуют три последовательно соединенных элемента, получим окончательную формулу расчета вероятности отсутствия ложного сигнала «0» системы:

$$P_{0,C}(t) = 3 \cdot [p_{01}(t) \cdot p_{02}(t) \cdot p_{03}(t)]^2 - 2 \cdot [p_{01}(t) \cdot p_{02}(t) \cdot p_{03}(t)]^3.$$

Подставив значения вероятностей отсутствия ложного сигнала «0» каждого блока в выражение для $P_{0,C}(t)$ получим:

$$P_{0,C}(t) = 3(0,93 \cdot 0,95 \cdot 0,98)^2 - 2(0,93 \cdot 0,95 \cdot 0,98)^3 = 0,9506$$

Пример 3.11. Система, представляющая мажоритарную (3,1) – структуру, состоит из трех логически последовательно соединенных блоков, которые образуют три канала передачи информации. Известны вероятности отсутствия ложного сигнала «1» каждого из блоков, которые соответственно равны: $p_{11} = 0,95$, $p_{12} = 0,96$, $p_{13} = 0,98$. Система считается работоспособной, если работоспособны два ее канала. Найти вероятность отсутствия ложного сигнала «1» системы в целом, если вероятность безотказной работы ВО равна $p_{\hat{A}\hat{I}} = 0,999$.

Решение. Вероятность отсутствия ложной единицы для (3,1) – структуры, в которой логическая формула ВО M_3^2 , равна:

$$P_1(t) = 3p_1^2(t) - 2p_1^3(t).$$

Учитывая, что канал образуют три последовательно соединенных элемента, а также последовательное соединение ВО, получим окончательную

формулу расчета вероятности отсутствия ложного сигнала «1» системы $P_{1.C}(t) = \{3 \cdot [p_{11}(t) \cdot p_{12}(t) \cdot p_{13}(t)]^2 - 2 \cdot [p_{11}(t) \cdot p_{12}(t) \cdot p_{13}(t)]^3\} \cdot p_{Ai}$.

Подставив значения вероятностей отсутствия ложного сигнала «1» каждого блока и значение вероятности безотказной работы ВО в выражение для $P_{0.C}(t)$ получим:

$$P_{1.C}(t) = \{3(0,95 \cdot 0,96 \cdot 0,98)^2 - 2(0,95 \cdot 0,96 \cdot 0,98)^3\} \cdot 0,999 = 0,9675$$

3.3. Задачи

3.1. Схема расчета показателей надежности приведена на рис.3.7. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия, если известны вероятности отказов элементов $q_1(t) = 0,05$, $q_2(t) = 0,1$.

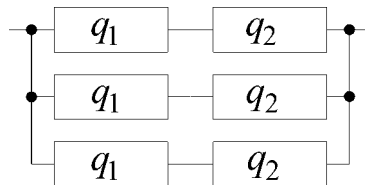


Рисунок 3.7. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.1).

Ответ $P_C(t) = 0,997$

3.2. Схема расчета показателей надежности показана на рис. 3.8. Вероятность безотказной работы элементов соответственно равна $p_1(t) = 0,9$, $p_2(t) = 0,8$. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделия.

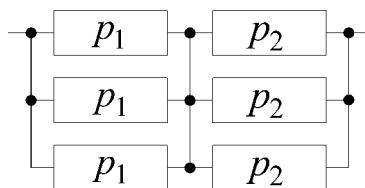


Рисунок 3.8. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.2).

Ответ $P_C(t) = 0,991$, $Q_C(t) = 0,009$

3.3. Схема расчета показателей надежности показана на рис. 3.9. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия по известным вероятностям отказов элементов $q_1(t) = 0,1$, $q_2(t) = 0,2$.

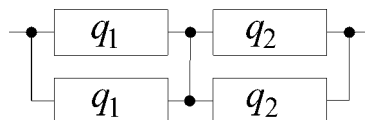


Рисунок 3.9. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.3).

Ответ $P_C(t) = 0,95$,

3.4. Схема расчета показателей надежности показана на рис. 3.10. Требуется определить вероятность безотказной работы устройства, если известны вероятности безотказной работы элементов $p_1(t) = 0,9$, $p_2(t) = 0,8$, $p_3(t) = 0,85$, $p_4(t) = 0,94$.

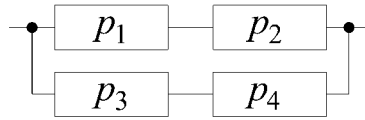


Рисунок 3.10. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.4).

Ответ $P_C(t) = 0,944$,

3.5. Система состоит из двух приборов, соединенных параллельно. На испытание было поставлено 100 приборов типа А и 200 приборов типа В. За 200 часов работы осталось работоспособными 80 приборов А и 150 приборов В. Определить среднюю наработку до первого отказа системы в целом, если для приборов каждого типа справедлив экспоненциальный закон.

Ответ $\bar{T}_{O.C.} = 1200$ ч.

3.6. Определить вероятность отказа системы, схема расчета показателей надежности которой приведена на рис.3.11. При этом вся система в целом резервирована такой же системой в «горячем» резерве. Известны вероятности безотказной работы элементов: $p_1(t) = 0,9$, $p_2(t) = 0,8$

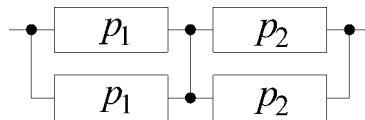


Рисунок 3.11. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.4).

Ответ $P_C(t) = 0,998$

3.7. Схема расчета показателей надежности показана на рис. 3.12. Интенсивности отказов элементов имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

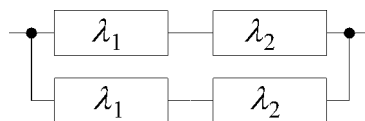


Рисунок 3.12. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.7).

Ответ $P_C(100) = 0,99$, $\bar{T}_{O.C} = 1500$ (ч)

3.8. Схема расчета показателей надежности изделия показана на рис.3.13. Интенсивности отказов элементов имеют значения: $\lambda_1 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы изделия в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

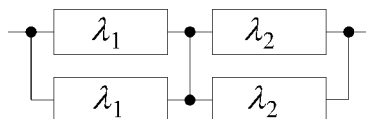


Рисунок 3.13. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.8).

Ответ $P_C(100) = 0,994$, $\bar{T}_{O.C} = 1760$ (ч)

3.9. Схема расчета показателей надежности резервированного устройства приведена на рис. 3.14. Интенсивности отказов элементов: $\lambda_1 = 0,23 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность отказа устройства за 100 часов работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

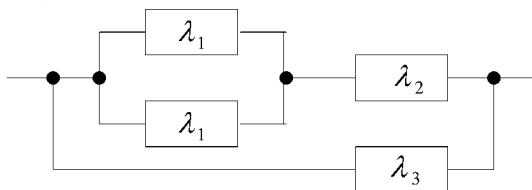


Рисунок 3.14. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.9).

Ответ $P_C(100) = 0,999$, $Q(100) = 0,001$

3.10. Система состоит из двух одинаковых элементов. Интенсивность отказа каждого элемента $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч = const. Система имеет двукратный «холодный» резерв. Определить вероятность безотказной работы системы за 1 час времени работы с учетом резервирования.

Ответ $P_C(1) = 0,999$

3.11 Схема расчета показателей надежности приведена на рис. 3.15. Определить среднее время наработки до первого отказа системы, если известны вероятности отказов его элементов за 100 часов работы: $q_1(100) = 0,05$, $q_2(100) = 0,1$

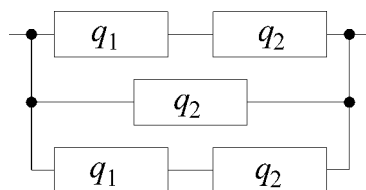


Рисунок 3.15. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.11).

Ответ $\bar{T}_{O.C.} = 1382$ ч.

3.12. Средние наработки до первого отказа элементов схемы рис. 3.12 равны $\bar{T}_{O.1}$ и $\bar{T}_{O.2}$. Справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ $\bar{T}_{O.C.} = \frac{3\bar{T}_{O.1} \cdot \bar{T}_{O.2}}{2(\bar{T}_{O.1} + \bar{T}_{O.2})}$ ч.

3.13. Средняя наработка до первого отказа устройства рис. 3.12 равна $\bar{T}_{O.C.} = 1000$ ч и $\bar{T}_{O.1} = 2\bar{T}_{O.2}$. Справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы устройства в течение $t = 100$ ч.

Ответ $P_C(100) = 0,98$

3.14. Схема расчета показателей надежности изделия приведена на рис. 3.16. Известна вероятность безотказной работы устройства за $t = 100$ ч работы $p(100) = 0,9$. Для изделия справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной работы системы за 500 ч работы.

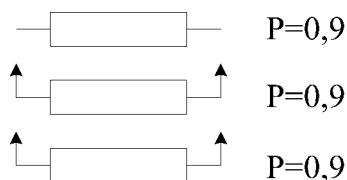


Рисунок 3.16. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.14).

Ответ $P_C(500) = 0,983$

3.15. Изделие состоит из двух элементов, менее надежный элемент дублирован путем замещения при ненагруженном состоянии резерва. Средняя наработка до первого отказа элементов равны $\bar{T}_{O.1} = 100$ ч, $\bar{T}_{O.2} = 200$ ч. Найти среднюю наработку до первого отказа изделия, если для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ $\bar{T}_{O.C.} = 100$ ч.

3.16. Предложено конструктором три варианта схем построения изделия (рис. 3.17):

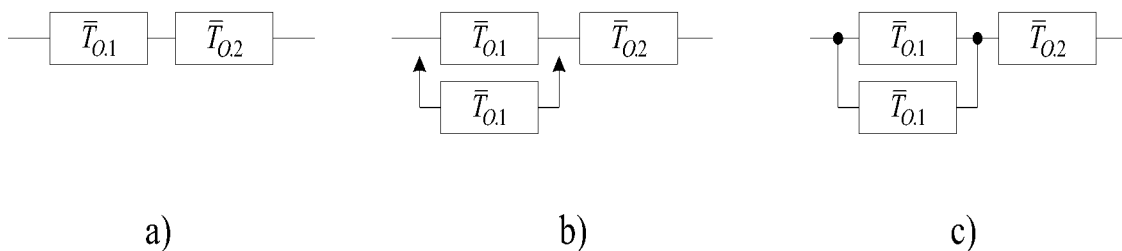


Рисунок 3.17. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.16).

- a) изделие нерезервированно и средние наработки до первого отказа элементов равны $\bar{T}_{O.1} = \bar{T}_{O.2} = 300$ ч;
- b) один элемент дублируется путем замещения при ненагруженном состоянии резерва, а второй, как и в схеме рис. 3.17,а нерезервирован, причем средние наработки до первого отказа дублированного узла и нерезервированного элемента те же;
- c) один элемент дублирован путем постоянно включенного резерва, а второй нерезервирован, как и в схеме рис. 3.17,а и б, средние наработки до первого отказа дублированного узла и нерезервированного элемента равны 300 ч;

Какой из вариантов более предпочтителен с точки зрения надежности, если надежность изделия оценивать средней наработкой до первого отказа.

Ответ. Более предпочтителен вариант b, так как для варианта а: $\bar{T}_{O.C.} = 150$ ч, для варианта b: $\bar{T}_{O.C.} = 200$ ч, для варианта с: $\bar{T}_{O.C.} = 180$

3.17. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0,016$ 1/ч. Для повышения надежности имеется возможность либо облегчить режимы работы элементов и тем самым снизить интенсивность отказов изделия вдвое, либо дублировать изделие при постоянно включенном резерве без облегчения режимов работы элементов.

Какой способ более целесообразен, если надежность изделия оценивать средней наработкой до первого отказа?

Ответ. Более целесообразно облегчить режимы работы элементов, так как в этом случае среднее время безотказной работы изделия возрастет вдвое, а при дублировании – только в 1,5 раза.

3.18. Используя данные задачи 3.15, установить, какой способ повышения надежности изделия из предложенных в задаче 3.15 более целесообразен, если надежность оценивать вероятностью безотказной работы в течение времени непрерывной работы изделия $t = 20$ ч.

Ответ. Более целесообразно дублировать изделие, так как при дублировании вероятность безотказной работы $P_C(20) = 0,93$, а при облегченном режиме работы элементов $P_C(20) = 0,85$.

3.19. Машина состоит из 1024 стандартных ячеек и множества других элементов. В ЗИПе имеется еще две однотипные ячейки, которые могут заменить любую из отказавших. Все элементы, кроме указанных ячеек, идеальны в смысле надежности. Известно, что интенсивность отказов ячеек есть величина постоянная, а средняя наработка до первого отказа машины с учетом двух запасных ячеек $\bar{T}_{O.C.} = 60$ ч. Предполагается, что машина допускает короткий перерыв в работе на время замены отказавших ячеек. Требуется определить среднее время наработки до первого отказа одной ячейки.

Ответ $\bar{T}_{O..} = 20480$ ч.

3.20. Система состоит из двух одинаковых элементов. Для повышения ее надежности конструктор предложил два следующих варианта (рис. 3.18):

- а) дублирование системы по способу замещения с ненагруженным состоянием резерва;
- б) скользящее резервирование при одном резервном элементе, находящемся в ненагруженном состоянии.

Какой из вариантов более целесообразен с точки зрения надежности, если интенсивность отказов элемента λ ?

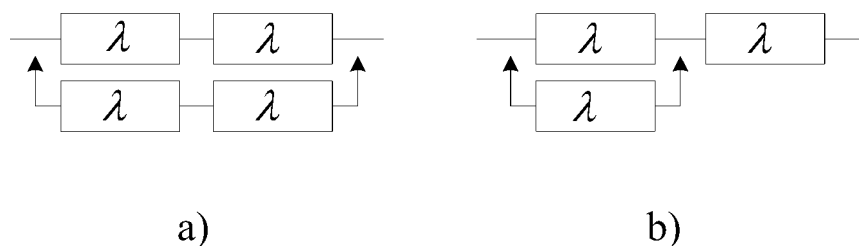


Рисунок 3.18. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.20).

Ответ. $P_a(t) = P_b(t) = e^{-2\lambda \cdot t} (1 + 2\lambda \cdot t)$, т.е. варианты равноценны.

3.21. Система состоит из N однотипных элементов, каждый из которых имеет среднюю наработку до первого отказа, равную $\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda}$. Для повышения надежности применено скользящее резервирование, при котором m резервных элементов находятся в ненагруженном режиме. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ $\bar{T}_{O.C.} = \frac{\bar{T}_O \cdot (m+1)}{N}$.

3.22. Вероятность безотказной работы вычислительного устройства $p = 0,6$. Какое число устройств следует иметь в «горячем резерве», чтобы результирующее значение вероятности отказа резервированной системы не превышало 10^{-2} .

Ответ $n = 4$.

3.23. Найти вероятность безотказной работы системы, если вероятность безотказной работы элемента $p(t) = 0,9$. Для элемента применено резервирование с кратностью $m = \frac{1}{4}$.

Ответ $P_C(t) = 0,919$

3.24. Система состоит из двух одинаковых элементов. Интенсивность отказа каждого элемента $\lambda = \text{const} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Схема имеет двукратный «холодный» резерв. Определить вероятность безотказной работы системы за один час времени работы с учетом резервирования.

Ответ $P_C(1) = 0,999$

3.25. Вероятность отказа устройства $q(t) = 0,4$. Какое количество параллельно включенных устройств необходимо иметь, чтобы результирующее значение вероятности отказа такой резервированной системы было $Q_C(t) \leq 0,01$.

Ответ $n = 5$.

3.26. Вероятность безотказной работы преобразователя в течение $t = 1000$ ч равна $p(1000) = 0,95$. Для повышения надежности имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы такой системы в течение времени $t = 2000$ ч.

Ответ $P_C(2000) = 0,995$

3.27. Найти вероятность отказа системы в течение времени $t = 100$ ч работы, если известны интенсивности отказов ее элементов: $\lambda_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Схема расчета показателей надежности устройства приведена на рис.3.19. Справедливо условие $\lambda = \text{const}$.

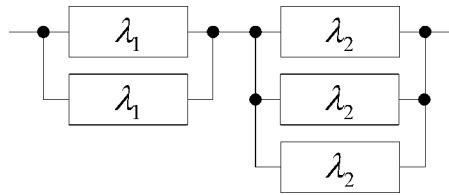


Рисунок 3.19. Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.27).

Ответ $P_C(100) = 0,998$

3.28. Найти вероятность безотказной работы системы, если вероятность безотказной работы элемента $p(t) = 0,3$. Для элемента применено резервирование с кратностью $m = \frac{1}{3}$.

Ответ $P_C(t) = 0,084$

3.29. Схема расчета показателей надежности представлена на рис.3.20. Заданы вероятности безотказной работы ее элементов. Укажите расчетную формулу вероятности безотказной работы системы.

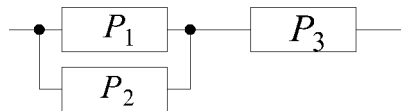


Рисунок 3.20 Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.29).

Ответ $P_C(t) = (P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2) \cdot P_3$

3.30. Приемник состоит из трех блоков. Интенсивности отказов этих блоков соответственно равны: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_2 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы приемника в течение времени $t = 100$ ч для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется дублирование приемника в целом при постоянно включенном резерве; в) имеется дублирование каждого блока приемника при постоянно включенном резерве.

Ответ: а) $P(100) = 0,91$; б) $P(100) = 0,992$; в) $P(100) = 0,997$

3.31. В системе телеуправления применено горячее дублирование канала управления. Интенсивность отказа канала $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение времени $t = 10$ ч и среднюю наработку до отказа системы.

Ответ $P_C(10) = 0,99$ $T_{O.C} = 150$ ч

3.32. В системе применено общее резервирование с постоянно включенным резервом канала телеуправления, имеющего интенсивность

отказав $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Кратность резервирования $m = 3$. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение времени $t = 50$ ч и среднюю наработку до первого отказа системы.

Ответ $P_C(50) = 0,99$ $T_{O.C} = 330$ ч

3.33. Для изображенной на рис.3.21 схемы расчета показателей надежности установить зависимость интенсивности отказов от времени.

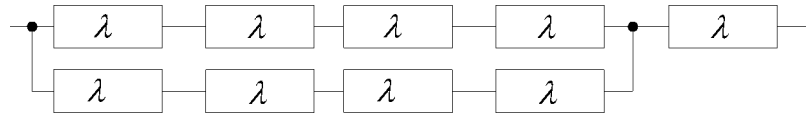


Рисунок 3.21 Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.33).

Ответ $\lambda_C(t) = \frac{8\lambda \cdot e^{-4\lambda t} (1 - e^{-4\lambda t})}{1 - (1 - e^{-4\lambda t})^2} + \lambda = \frac{\lambda(10 - e^{-4\lambda t})}{2 - e^{-4\lambda t}}$

3.34. Нерезервированная система управления состоит из n элементов. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t ч равна $P_C(t)$. Необходимо рассчитать допустимую интенсивность отказов одного элемента, считая элементы равнонадежными, в следующих случаях: а) резервирование отсутствует; б) применено общее дублирование системы с постоянно включенным резервом; в) применено поэлементное дублирование с постоянно включенным резервом.

Ответ: а) $\lambda \leq \frac{-\ln P_C(t)}{nt}$; б) $\lambda \leq \frac{-\ln[1 - \sqrt{1 - P_C(t)}]}{nt}$; в)

$$\lambda \leq \frac{-\ln[1 - \sqrt{1 - \sqrt[n]{P_C(t)}}]}{t}$$

3.35. В радиопередатчике, состоящем из трех равнонадежных каскадов, применено раздельное дублирование каждого каскада с нагруженным резервом. Интенсивность отказов каскада равна $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до отказа.

Ответ: $P_{II}(100) = 0,992$; $\bar{T}_{O.II} = 1400$ ч

3.36. В радиопередатчике, состоящем из трех равнонадежных каскадов, применено общее дублирование с нагруженным резервом. Интенсивность отказов каскада равна $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы в течение времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до отказа.

Ответ: $P_{II}(100) = 0,98$; $\bar{T}_{O,II} = 1000$

3.37. Устройство обработки информации состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства в течение времени t ч $P_Y(t)$ должна быть не менее 0,9. Определить какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t ч для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется общее резервирование устройства с нагруженным резервом; в) имеется отдельное резервирование блоков с нагруженным резервом.

Ответ: $p_B(t) = \sqrt[3]{P_Y(t)} = 0,96$; б) $p_B = 1 - \sqrt{1 - \sqrt[3]{P_Y(t)}} = 0,81$;

в) $p_B(t) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - P_Y(t)}} = 0,92$

3.38. Блок промежуточной частоты состоит из двух одинаковых усилителей. Вероятность безотказной работы каждого усилителя в течение наработки t ч равна $P_Y(t) = 0,97$. Определить какова должна быть кратность резерва m для получения вероятности безотказной работы блока с резервом $P_B(t) = 0,99$ в двух случаях: а) имеется общее резервирование с нагруженным резервом; б) имеется отдельное резервирование с нагруженным резервом.

Ответ: $m_A \approx m_B \approx 2$

3.39. Основной приемо-передающий блок радиорелейного пункта связи имеет среднюю наработку до отказа $\bar{T}_{O,O} = 500$ ч. Блок дублирован в горячем резерве. Резервный блок имеет среднюю наработку до отказа $\bar{T}_{O,P} = 600$ ч. Определить среднюю наработку до отказа резервного соединения в целом.

Ответ $\bar{T}_{O,C} = 820$ ч

3.40. В вычислительном устройстве применено резервирование с нагруженным резервом и дробной кратностью «два из трех». Интенсивность отказов одного нерезервированного блока равна $\lambda = \text{const} = 4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы резервированного устройства в течение времени $t = 40$ ч и среднюю наработку до отказа.

Ответ: $P_Y(40) = 0,98$; $\bar{T}_{O,Y} = 208$ ч

3.41. Определить какова должна быть вероятность безотказной работы блока $P_B(t)$ вычислительного устройства, чтобы применение резервирования

с нагруженным резервом и дробной кратностью «два из трех» обеспечило повышение надежность вычислительного устройства.

Ответ $P_B(t) > 0,5$

3.42. Определить вероятность безотказной работы системы, показанной на рис.3.22, если известны вероятности безотказной работы ее элементов $p_1(t) = 0,5$ $p_2(t) = 0,6$ $p_3(t) = 0,7$ $p_4(t) = 0,8$ $p_5(t) = 0,9$.

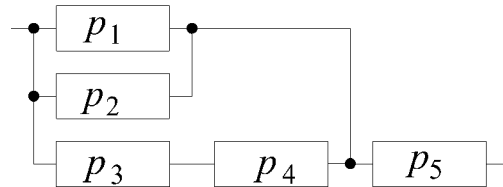


Рисунок 3.22 Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.42).

Ответ $P_C(t) = 0,821$

3.43. Определить вероятность безотказной работы системы, показанной на рис. 3.23, если известны вероятности безотказной работы ее элементов $p_1(t) = 0,9$ $p_2(t) = 0,95$ $p_3(t) = 0,8$ $p_4(t) = 0,97$ $p_5(t) = 0,97$.

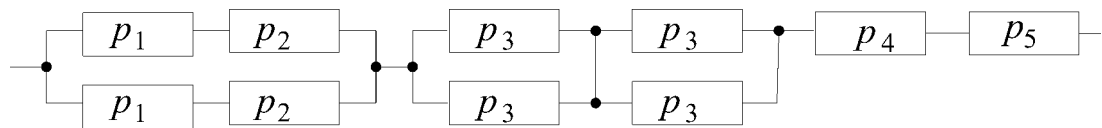


Рисунок 3.23 Схема расчета показателей надежности (к задаче 3.43).

Ответ $P_C(t) = 0,849$

3.44. Устройство состоит из двух равнонадежных блоков соединенных последовательно. Интенсивность отказов одного блока $\lambda = 0,01$ 1/ч. Для повышения надежности предлагается ввести дублирование с нагруженным резервом. Определить какой вид резервирования оптимальный, если время работы устройства $t = 10$ ч.

Ответ: раздельное резервирование лучше, т.к. для общего резервирования $P_C(10) = 0,967$ $\bar{T}_{O,C} = 75$ ч; для раздельного резервирования $P_C(10) = 0,982$ $\bar{T}_{O,C} = 91,66$ ч

3.45. Устройство состоит из четырех элементов. Интенсивность отказов одного элемента $\lambda = \text{const} = 0,01$ 1/ч. Для повышения надежности предлагается ввести резервирование устройства с постоянно включенным резервом и кратностью $m = 4$. Определить вероятность безотказной работы

системы в течение времени $t = 50$ ч и среднее время наработки до первого отказа.

Ответ: $P_C(50) = 0,517$; $\bar{T}_{O.C} = 57$ ч

3.46. Устройство состоит из 10 равнонадежных блоков, соединенных последовательно. Интенсивность отказов одного устройства $\lambda = 10^{-4}$ 1/ч. Для повышения надежности устройство резервируется. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа устройства в следующих случаях: а) дублирование при постоянном включении резерва; б) дублирование при включении резерва по способу замещения.

Ответ: а) $\bar{T}_{O.Y} = 1500$ ч; б) $\bar{T}_{O.Y} = 2000$ ч

3.47. Устройство автоматического поиска неисправностей состоит из двух логических блоков. Средняя наработка до отказа этих блоков одинакова и для каждого из них $\bar{T}_{O.B} = 200$ ч. Определить среднюю наработку до отказа устройства $\bar{T}_{O.Y}$ в двух случаях: а) дублирование при постоянном включении резерва; б) дублирование при включении резерва по способу замещения, если для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: а) $\bar{T}_{O.Y} = 150$ ч; б) $\bar{T}_{O.Y} = 200$ ч

3.48. Блок усилителей промежуточной частоты включает в себя $n = 4$ последовательно соединенных равнонадежных усилителя и один усилитель в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого усилителя $\lambda = \text{const} = 6 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы блока в течение времени $t = 100$ ч.

Ответ $P_B(100) = 0,96$

3.49. Блок телеметрии включает в себя два одинаковых приемника. Интенсивность отказов каждого приемника равна $\lambda = \text{const} = 4 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется определить вероятность отказа блока в течение времени $t = 250$ ч для следующих вариантов: а) резерв отсутствует; б) имеется один приемник в ненагруженном скользящем резерве.

Ответ: а) $Q_B(250) = 0,18$; б) $Q_B(250) = 0,015$

3.50. В радиопередающем канале связной системы используется основной передатчик Π_1 и два передатчика Π_2 и Π_3 находящиеся в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов основного передатчика

равна $\lambda_O = \text{const} = 10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы $P_P(t)$ в течение времени $t=100$ ч и среднюю наработку до отказа радиопередающего канала.

Ответ: $P_P(100) = 0,99$; $\bar{T}_{O,P} = 3000$ ч

3.51. Система, представляющая (3,1) – структуру состоит из трех равнонадежных элементов и абсолютно надежного мажоритарного элемента с системой голосования «2 из 3». Вероятность отсутствия сигнала ложного «0» каждого элемента равна $p_0(t) = 0,8$. Определить вероятность отсутствия сигнала ложного нуля системы в целом.

Ответ: $P_0(t) = 0,896$

3.52. Вероятность отказа элемента (4,1) – структуры $q_0(t) = 0,01$. Определить вероятность появления сигнала ложного «0», если используется абсолютно надежный мажоритарный элемент и система голосования «3 из 4».

Ответ: $P_0(t) = 0,999$

3.53. Интенсивность отказа элемента (3,1) – структуры $\lambda = 0,02 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Все элементы структуры равнонадежны и для них справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность появления сигнала ложного «0» за время $t=100$ ч, если вероятность безотказной работы мажоритарного элемента $p_{\hat{A}\hat{I}}(t) = 0,87$ и система голосования «1 из 3».

Ответ: $P_0(t) = 0,861$

3.54. Среднее время наработки до первого отказа (4,1) – структуры $\bar{T}_O = 200$ ч. Все элементы структуры равнонадежны и для них справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность появления сигнала ложного «0» за время $t = 50$ ч, если вероятность безотказной работы мажоритарного элемента $p_{\hat{A}\hat{I}}(t) = 0,98$ и система голосования «2 из 4».

Ответ: $P_0(t) = 0,945$

3.55. Вероятность появления сигнала ложного нуля элемента (2,1) – структуры $p_0(t) = 0,68$. Все элементы системы равнонадежны. Вероятность безотказной работы мажоритарного элемента $p_{\hat{A}\hat{I}}(t) = 0,92$ и система

голосования «1 из 2». Определить вероятность появления сигнала ложного «0» системы.

Ответ: $P_0(t) = 0,826$

4. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

4.1. Методы расчета

Восстанавливаемое изделие это изделие, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации. Восстановление возможно с прекращением выполнения изделием своих функций и без нарушения выполнения своих функций.

При разработке сложной электронной аппаратуры, цифровой техники и систем автоматического управления практически встречаются следующие случаи восстанавливаемости изделий.

1. Резервирование с восстановлением, т.е. такое резервирование, когда отказавшие блоки восстанавливаются и снова включаются в состав резервной группы. Существенной особенностью конструкции такой аппаратуры является возможность осуществлять ремонт отказавших блоков во время выполнения аппаратурой своих функций.

2. Изделия с временной избыточностью, т.е. изделия располагающие для выполнения поставленной задачи резервом времени.

Основной круг задач, рассматриваемых при расчете надежности восстанавливаемых систем, относится к следующей ситуации. Исправное изделие начинает эксплуатироваться в момент времени $t = 0$ и, проработав случайное время X_i , выходят из строя. На ремонт требуется случайное время Y_i . Этот процесс продолжается в течение всего срока службы изделия, причем величины X_i и Y_i ($i = 1, 2, \dots$) независимы.

Рассмотрим наиболее распространенный метод расчета надежности восстанавливаемых систем.

МЕТОД, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

При решении большого класса задач удобно исходить из вероятностей нахождения системы в том или ином состоянии. В общем случае число таких состояний будет больше двух, но при решении задач теории надежности обычно приходится иметь дело с конечным числом состояний.

Пусть в момент времени t система находится в состоянии i . Если вероятность $P_{ij}(t, t + \Delta t)$ перехода системы за время Δt из состояния i в состояние j не зависит от поведения системы до момента t , то такой случайный процесс называется марковским процессом. Если эта вероятность также не зависит от момента t , то имеет место однородный марковский процесс.

Для этого случая можно найти характеристики надежности путем решения дифференциальных уравнений.

Рассмотрим очень важный для теории надежности случай, когда потоки отказов и восстановлений являются простейшими: $\lambda = const$, $\mu = const$. Это значит, что производительность труда ремонтника постоянна и не зависит от времени. Поэтому время восстановления имеет экспоненциальный закон распределения $F(t) = 1 - e^{-\mu t}$; $\bar{T}_B = \frac{1}{\mu}$.

Например, пусть требуется найти коэффициент готовности $K_G(t)$. Если система исправна будем говорить, что она находится в состоянии (G_0) , если неисправна и восстанавливается – в состоянии (G_1) . Обозначим вероятности нахождения системы в момент $(t, t + \Delta t)$ в этих состояниях через $P_0(t)$, $P_0(t + \Delta t)$ и $P_1(t)$, $P_1(t + \Delta t)$ соответственно. Естественно, что $P_0(t) + P_1(t) = 1$ и $K_G = P_0(t)$. Обозначим также через $P_{01}(\Delta t)$ и $P_{10}(\Delta t)$ – условную вероятность того, что в момент времени t система находится или в состоянии G_0 или в состоянии G_1 , а в момент времени $t + \Delta t$ или в состоянии G_1 или в состоянии G_0 , т.е. за интервал времени Δt произошел отказ (восстановление) системы. Тогда

$$P_{01}(\Delta t) = \lambda \Delta t$$

$$P_{10}(\Delta t) = \mu \Delta t$$

Будем считать, что за время Δt может произойти только один отказ или только одно восстановление. Тогда на интервале Δt могут произойти четыре несовместимых события: $A_1(G_0, G_0)$ - в момент времени t система находилась в состоянии G_0 , в момент времени $t + \Delta t$ она осталась в том же состоянии, т.е. отказа не произошло; $A_2(G_0, G_1)$ - отказ произошёл; $A_3(G_1, G_0)$ - восстановление произошло; $A_4(G_1, G_1)$ - восстановление не произошло. Тогда

$$\begin{aligned} P_0(t + \Delta t) &= P(A_1) + P(A_3) = P_0(t)(1 - \lambda\Delta t) + P_1(t)\mu\Delta t \\ P_1(t + \Delta t) &= P(A_2) + P(A_4) = P_0(t)\lambda\Delta t + P_1(t)(1 - \mu\Delta t) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} &= \lambda P_0(t) - \mu P_1(t). \end{aligned}$$

Положим $\Delta t \rightarrow 0$. Тогда получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \end{cases}, \quad (4.1)$$

Система дополняется условием $P_0(t) + P_1(t) = 1$.

Решение системы (4.1) при начальных условиях $P_0(t) = 1$ и $P_1(t) = 0$ (в начальный момент времени система работоспособна) имеет вид:

$$\begin{cases} P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \\ P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \end{cases} \quad (4.2)$$

Если в начальный момент времени система неработоспособна, то $P_0(0) = 0$, $P_1(0) = 1$ и решение системы имеет вид

$$\begin{cases} P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \\ P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \end{cases} \quad (4.3).$$

При $t \rightarrow \infty$ независимо от начального состояния системы (G_0 или G_1) вероятности $P_0(t) = K_{\Gamma}(t)$, $P_1(t) = K_{\Pi}(t)$ стремятся к постоянным значениям

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; K_{\Pi} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (4.4)$$

Это означает, что при экспоненциальных законах распределения времени наработки на отказ и времени восстановления, случайный процесс работы восстанавливаемой системы стабилизируется, и вероятность застать систему работоспособной в произвольный момент времени остается постоянной. Система с указанными свойствами называется эргодической, а сам процесс – *марковским случайным процессом*.

При малых значениях величины $(\lambda + \mu)t$, когда $e^{-(\lambda + \mu)t} = 1 - (\lambda + \mu)t$, из уравнения (4.2) получим:

$$\begin{aligned} K_{\Gamma}(t) &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} [1 - (\lambda + \mu)t] = 1 - \lambda t; \\ K_{\Pi}(t) &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} [1 - (\lambda + \mu)t] = \lambda t. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Отсюда следует, что в начальный период эксплуатации коэффициент готовности примерно равен вероятности безотказной работы $P(t)$, а вероятность $P_1(t)$ - вероятности отказа $Q(t)$.

При нескольких работоспособных состояниях

$$K_{\Gamma} = \sum_{j=1}^n P_j(t), \quad (4.6)$$

где n - число работоспособных состояний; $P_j(t)$ - вероятность j -го работоспособного состояния.

Часто число неработоспособных состояний значительно меньше числа работоспособных. При этом удобнее вычислить коэффициент простоя:

$$K_{\Pi}(t) = \sum_{i=1}^{m+1-n} P_i(t), \quad (4.7)$$

где $P_i(t)$ - вероятность i -го неработоспособного состояния; $m+1$ - общее число состояний.

Величина ошибки $\Delta K_{\Gamma}(t)$ при использовании коэффициента готовности для оценки вероятности нахождения в работоспособном состоянии вычисления при $K_{\Gamma} > 0,9$ составит:

$$\Delta K_{\Gamma}(t) \approx (1 - K_{\Gamma}) K_{\Gamma}^{\frac{K_{\Gamma}}{1-K_{\Gamma}}} \cdot 100\% \quad (4.8)$$

МЕТОД, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Метод состоит в следующем:

- 1) составляется система дифференциальных уравнений, описывающих поведение устройства;
- 2) выбираются начальные условия решения задачи;
- 3) определяются вероятности заставить изделие в исправном состоянии в любой момент времени и вероятности безотказной работы;
- 4) определяются в случае необходимости другие количественные характеристики надежности по аналитическим зависимостям, приведенным в разделе 1.

Рассмотрим эту методику на частном примере.

Пусть дано некоторое устройство, для повышения надежности которого применено резервирование. Известны:

- интенсивность перехода устройства из j -го состояния в $j-1$ и $j+1$;
- необходимое время работы устройства;
- кратность резервирования m ;
- число обслуживающих бригад.

Предполагается, что при замене работающего элемента на резервный перерыва в работе устройства не происходит, поэтому отказ устройства наступает при одновременной неработоспособности основного и всех резервных элементов (состояние $m+1$).

Необходимо вычислить вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение времени t и вероятность того, что резервированное устройство будет исправно в любой момент времени t ($K_{\Gamma}(t)$).

Решение. Сделаем следующие допущения:

- длительность безотказной работы и время восстановления отдельных элементов подчиняется экспоненциальному закону:

- при отказе одного устройства оно сразу же отправляется на восстановление и ожидает очереди на обслуживание, если все ремонтные бригады заняты, или немедленно начинается процесс восстановления, если очереди на восстановления нет.

Рассмотрим случай ненагруженного резерва с абсолютно надежным переключателем и одной ремонтной бригадой, обслуживающей устройство (ограниченное восстановление)

При указанных выше допущениях функционирование резервированного устройства можно представить графом, изображенным на рис. 4.1.

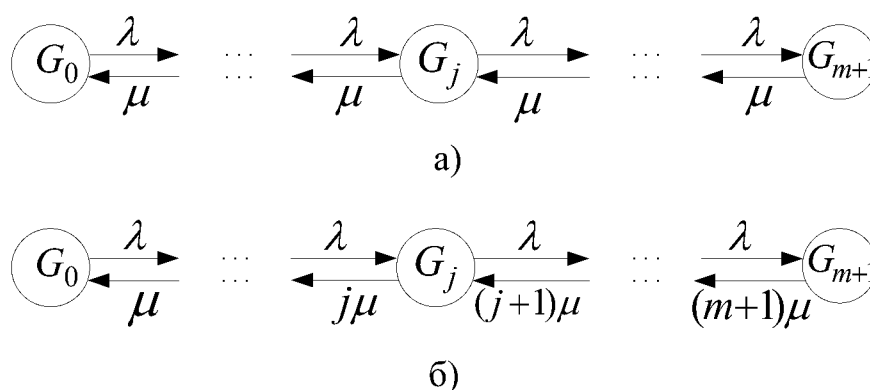


Рисунок 4.1. Граф состояний резервированной восстанавливаемой системы в ненагруженном резерве при ограниченном а) и неограниченном б) восстановлении

Узлам графа соответствуют состояния системы $(0, 1, 2, \dots, m+1)$, а ветвям – возможные переходы из одного состояния в другое.

Искомая система дифференциальных уравнений может быть составлена с помощью графа по следующим правилам. Производная вероятности состояния равна сумме стольких слагаемых, сколько стрелок связано с этим состоянием. Каждое слагаемое равно произведению интенсивности потока событий, переводящего систему по данной стрелке, на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Слагаемое имеет знак минус, если стрелка исходит из данного состояния, а знак плюс – если стрелка направлена в данное состояние. Полученная система уравнений называется системой уравнений Колмогорова.

Для графа состояний (рис.4.1,а) получим следующую систему дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_j(t)}{dt} = \lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu)P_j(t) + \mu P_{j+1}(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_{m+1}(t)}{dt} = \lambda P_m(t) - \mu P_{m+1}(t) \end{cases} \quad (4.9),$$

где $j = 1, \dots, m$.

Надежность восстанавливаемого изделия, как правило, определяется при условии, что в момент включения все элементы исправны. Тогда

$$P_j(0) = \begin{cases} 1, & j = 0, \\ 0, & j \neq 0. \end{cases}$$

Начальные условия для рассматриваемого графа состояний: $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = \dots = P_j(0) = P_{m+1}(0) = 0$.

Система решается с помощью преобразований Лапласа или численными методами. При $t \rightarrow \infty$ производные $\frac{dP_j(t)}{dt} \rightarrow 0$ и система (4.9) превращается в однородную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \dots\dots\dots \\ 0 = \lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu)P_j(t) + \mu P_{j+1}(t) \\ \dots\dots\dots \\ 0 = \lambda P_m(t) - \mu P_{m+1}(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

Для решения системы (4.10) необходимо добавить уравнение

$$\sum_{j=0}^{m+1} P_j = 1 \quad (4.11)$$

В результате решения системы (4.10) совместно с уравнением (4.11) получим установившиеся значения коэффициентов простоя и готовности:

$$\begin{cases} K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j} \\ K_I = 1 - P_{m+1} = 1 - \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j} \end{cases}. \quad (4.12)$$

Если та же система обслуживается $(m+1)$ ремонтными бригадами (неограниченное восстановление), то очередь на ремонт отсутствует. Граф состояний для ненагруженного резерва и неограниченного восстановления представлен на рис.4.1,б. В результате решения системы уравнений совместно с нормировочным уравнением (4.11) получим

$$\begin{cases} K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{(m+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{m+1-j}} \\ K_I = 1 - P_{m+1} = 1 - \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{(m+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{m+1-j}} \end{cases} \quad (4.13).$$

Графы состояний для системы, состоящей из одного основного и m элементов в нагруженном резерве, представлены на рис.4.2.,а для ограниченного восстановления и б) для неограниченного.

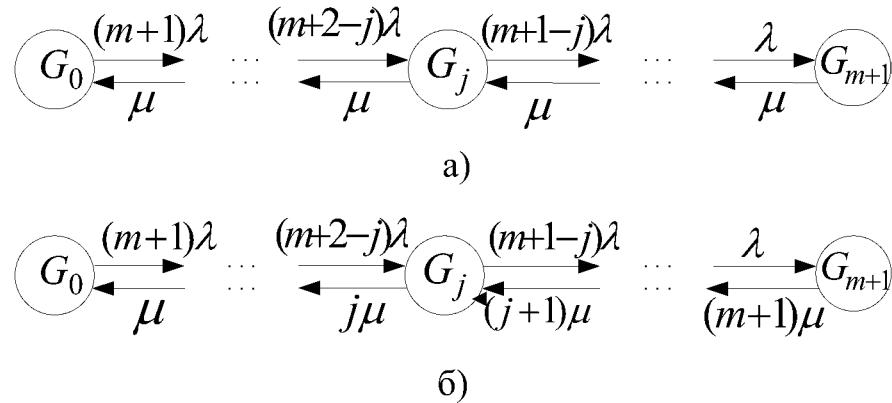


Рисунок 4.2. Граф состояний резервированной восстанавливаемой системы в нагруженном резерве при ограниченном а) и неограниченном б) восстановлении

Составляя систему уравнений и решая ее совместно с нормировочным уравнением (4.11), получим для ограниченного восстановления

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^j} \\ K_I = 1 - P_{m+1} = 1 - \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^j} \end{array} \right. \quad (4.14)$$

для неограниченного восстановления

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{II} = P_{m+1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right)^{m+1} \\ K_I = 1 - P_{m+1} = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right)^{m+1} = \sum_{j=0}^m C_{m+1}^{m+1-j} \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^{m+1-j} \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right)^j \end{array} \right. \quad (4.15)$$

Выражение (4.15) представляет собой вероятность случайного исхода, имеющего биномиальное распределение. Это объясняется независимостью отказов и восстановлений элементов.

Если изделие состоит из одного элемента и m резервных элементов в нагруженном резерве с разными интенсивностями отказов, то число возможных состояний равно 2^{m+1} и граф состояний имеет разветвленный вид. На рис.4.3 представлен граф состояний для двух элементов с различными интенсивностями отказов и неограниченным восстановлением.

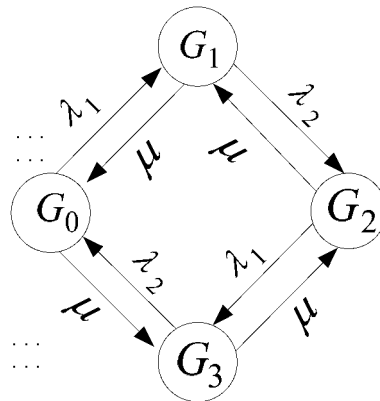


Рисунок 4.3. Граф состояний резервированной восстанавливаемой системы, состоящей из двух элементов с различными интенсивностями отказов

В этом случае

$$K_I(t) = 1 - P_3(t); \quad K_{II}(t) = P_3(t).$$

При $t \rightarrow \infty$ $K_I = 1 - P_3$; $K_{II} = P_3$.

Рассмотрим резервированные системы, для которых отказы недопустимы, но ремонт отказавшего элемента производится во время выполнения задачи. Если система состоит из основного элемента и m элементов в нагруженном резерве, то для случая ограниченного восстановления граф состояний системы представлен на рис.4.4.

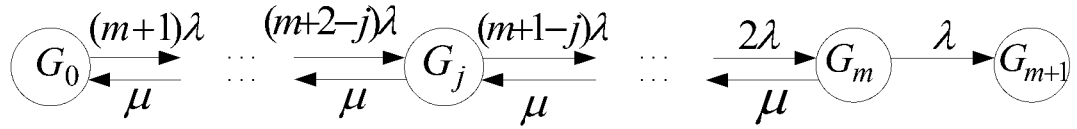


Рисунок 4.4. Граф состояний резервированной восстанавливаемой системы, состоящей из одного и m элементов в нагруженном резерве.

Состояние $m + 1$ является поглощающим

При попадании системы в состояние $m + 1$ происходит отказ системы, который недопустим и приводит к невыполнению поставленной задачи.

Вероятность безотказной работы системы при условии, что в начальный момент времени $t = 0$ в системе нет неисправных элементов, т.е. $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = \dots = P_{m+1}(0) = 0$ равна

$$P'(t_i) = \sum_{j=0}^m P_j(t_i). \quad (4.16)$$

Вероятность отказа системы в течение времени выполнения задачи также является условной вероятностью и соответственно равна

$$Q'(t_i) = P_{m+1}(t_i). \quad (4.17)$$

Важным показателем является средняя наработка до отказа

$$\bar{T}_O = \int_0^{\infty} P'(t) dt = \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^m P_j(t) dt. \quad (4.18)$$

Примеры резервированных систем, отказы которых недопустимы во время функционирования: система управления выведением на орбиту космического аппарата, радиолокационная станция, обеспечивающая посадку самолета, систему автоматического управления тормозами тепловоза и т.п. Конструктивное исполнение таких систем позволяет производить ремонт непосредственно во время применения.

При решении системы уравнений, составленных по графу рис.4.4 с помощью преобразований Лапласа, целесообразно использовать правило облегчающее расчет.

Для определения средней наработки до отказа достаточно найти преобразование Лапласа вероятности безотказной работы $P^\circ(s)$ и подставить в него $s = 0$.

МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАННЫХ СЕТЕЙ

Основная идея этого метода заключается в том, что сети придается такая конфигурация, для которой можно применять известные расчетные формулы. При этом исходная сеть преобразуется дважды: в сеть с заведомо более высокой и в сеть с заведомо более низкой надежностью. В результате расчетов показателей надежности двух полученных сетей получают верхнюю и нижнюю границы интервала показателей надежности, внутри которого находится значение показателя надежности рассматриваемой сети.

Преобразование исходной сети заключается в поэтапном исключении из рассмотрения отдельных линий путем их закорачивания или разрыва. При этом разрыв любой линии связи уменьшает надежность сети или переводит ее в неработоспособное состояние, а закорачивание линии связи (равносильно объединению двух узлов) повышает надежность сети.

В ходе преобразования сети намечают начальный и конечный узлы, поочередно выбирают линии связи и преобразуют сеть до тех пор, пока не будут получены последовательно-параллельные цепи. Правил выбора тех или иных линий связи не существует.

Рассмотрим применение этого метода на примере сети, показанной на рис.4.5. Для простоты будем считать узлы сети абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными.

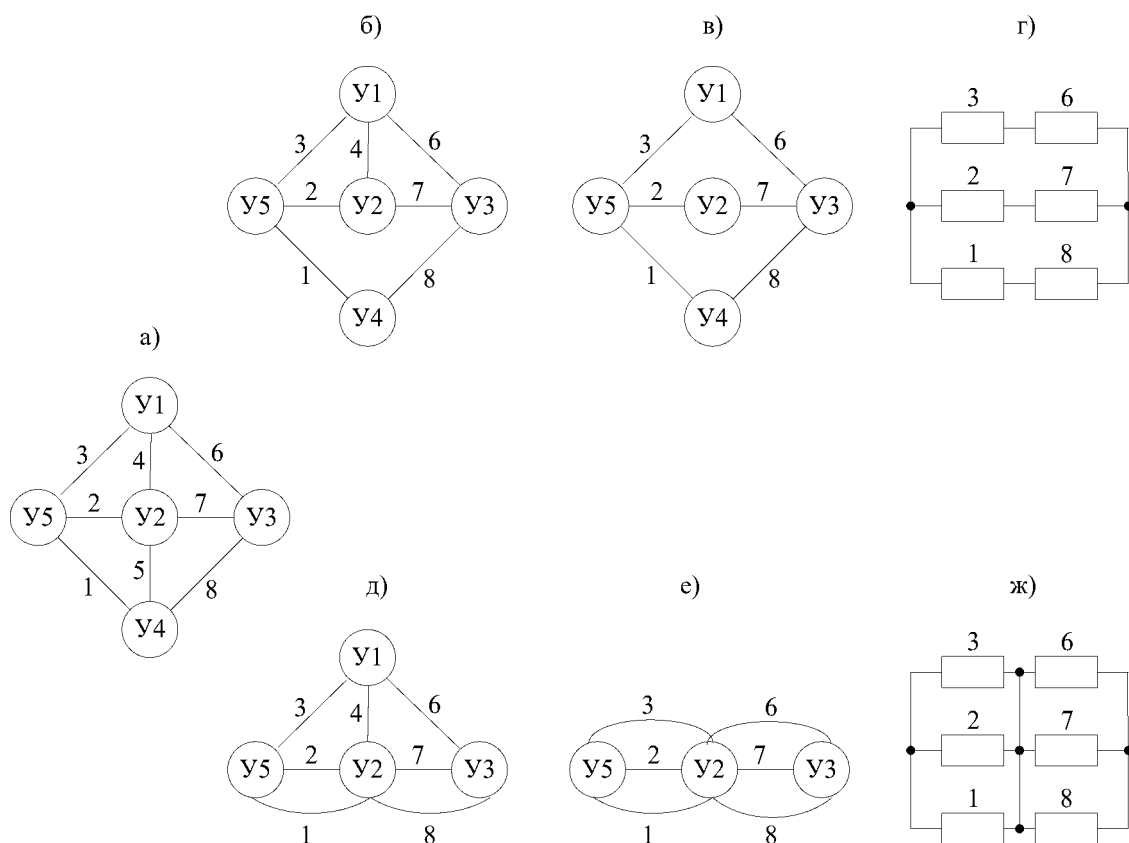


Рис.4.5 Преобразование сети:

а) - исходная схема; б) - первый этап преобразования путем удаления ветви 5; в) - второй этап преобразования путем удаления ветви 4; г) - эквивалентная логическая схема для расчета нижней границы показателей надежности; д) - первый этап преобразования путем закорачивания ветви 5; е) – второй этап преобразования путем закорачивания ветви 4; ж) – эквивалентная схема для расчета верхней границы показателей надежности.

Для получения сети с заведомо более низкой надежностью необходимо последовательно разорвать линии 5 и 4 (рис.4.5,б, в). В результате этих преобразований получим эквивалентную логическую схему для расчета показателей надежности (рис.4.5, г)

Для получения сети с заведомо более высокой надежностью необходимо последовательно закоротить линии 5 и 4 (рис.4.5,д, е). В результате этих преобразований получим вторую эквивалентную логическую схему для расчета показателей надежности.

В рассматриваемом примере использование метода марковских цепей для расчета показателей надежности приведет к сложным решениям из-за большого числа состояний системы, поэтому используют простой

приближенный метод расчета, согласно которому для последовательного включения подсистем:

$$K_{\tilde{A}} = 1 - n + \sum_{i=1}^n K_{\tilde{A}i}; \quad (4.19)$$

для параллельного включения:

$$K_{\tilde{A}} = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - K_{\tilde{A}i}), \quad (4.20)$$

где $K_{\tilde{A}}$ - коэффициент готовности последовательной (параллельной) группы из $n(m)$ подсистем.

Если в системе применяется скользящее резервирование подсистем, то для расчета коэффициента готовности вместо формулы (4.20) применяется формула:

$$K_{\tilde{A}} = \sum_{i=k}^m C_m^i K_{\tilde{A}i}^i \cdot (1 - K_{\tilde{A}i})^{m-i} \quad (4.21)$$

В табл.4.1 приведены нормированные значения показателя коэффициент готовности K_{Γ} телекоммуникационных сетей.

Таблица 4.1. Нормированные значения показателя коэффициент готовности

Тип сети электросвязи	Норма
Сеть междугородной и международной телефонной связи	Не менее 0,999
Сеть зоновой телефонной связи	Не менее 0,9995
Сеть местной телефонной связи	Не менее 0,9999
Телеграфная сеть связи и сеть Телекс	Не менее 0,9999
Сеть передачи данных	Не менее 0,99

4.2. Типовые примеры и их решения

Пример 4.1. Коэффициент простоя $K_{\Pi} = 0,1$. Интенсивность восстановления $\mu = 0,1 \cdot 10^{-3}$. Определить вероятность отказа системы за 100 ч работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_{\Pi} = 1 - K_{\Gamma};$$

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu};$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Определим интенсивность отказов системы

$$\lambda = \frac{\mu(1 - K_{\Gamma})}{K_{\Gamma}} = \frac{\mu K_{\Pi}}{1 - K_{\Pi}} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1}{1 - 0,1} = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ (1/ч)}$$

Определим вероятность отказа системы за время $t = 100$ ч работы

$$Q(100) = 1 - e^{-0,1 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 0,001$$

Пример 4.2. Аппаратура имела среднюю интенсивность отказа $\lambda = \text{const} = 0,001$ 1/ч и среднее время восстановления $\bar{T}_B = 1$ ч. Определить коэффициент готовности K_{Γ} и вероятность отказа аппаратуры за 1 ч работы. Справедлив основной закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu};$$

$$\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda};$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Определим коэффициент готовности аппаратуры

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1}{\lambda \cdot \bar{T}_B + 1} = \frac{1}{0,001 + 1} = 0,999$$

Определим вероятность отказа аппаратуры за время $t = 1$ ч

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-0,001} = 0,001$$

Пример 4.3. Коэффициент готовности изделия $K_{\Gamma} = 0,9$. Среднее время восстановления $\bar{T}_B = 100$ ч. Найти вероятность безотказной работы устройства за 10 ч, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu};$$

$$\bar{T}_B = \frac{1}{\mu};$$

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Определим интенсивность отказов системы

$$\lambda = \frac{\mu(1-K_G)}{K_G} = \frac{1-K_G}{\bar{T}_B \cdot K_G} = \frac{1-0,9}{100 \cdot 0,9} = 0,001 \text{ (1/ч)}$$

$$P(10) = e^{-\lambda \cdot 10} = e^{-0,01} = 0,99$$

Пример 4.4. Известно, что интенсивность отказов устройства $\lambda = 0,02$ 1/ч, а среднее время восстановления $\bar{T}_B = 10$ ч. Требуется вычислить коэффициент готовности K_G и функцию готовности $P_G(t)$ устройства.

Решение. Для решения задачи воспользуемся следующими соотношениями:

$$\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda};$$

$$K_G = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B};$$

$$K_G(t) = K_G + (1 - K_G)e^{-\frac{t}{K_G \cdot \bar{T}_B}}.$$

Определим среднюю наработку до первого отказа устройства

$$\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ ч}$$

Тогда коэффициент готовности устройства $K_G = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B} = \frac{50}{50 + 10} = 0,83$.

Функция готовности

$$K_G(t) = K_G + (1 - K_G)e^{-\frac{t}{K_G \cdot \bar{T}_B}} = 0,83 + (1 - 0,83)e^{-\frac{t}{0,83 \cdot 10}} = 0,83 + 0,17e^{-0,12t}$$

Пример 4.5. В случае отказа непрерывно работающего устройства оно некоторое время находится в нерабочем состоянии – ремонтируется. После ремонта устройство немедленно начинает работать. Интенсивность отказа устройства $\lambda = 0,001$ 1/ч, а интенсивность восстановления $\mu = 0,1$ 1/ч. Определить вероятности появления возможных состояний станции в моменты времени $t_1 = 5$ и $t_2 = 30$ ч. Рассмотреть два случая: а) устройство в

момент начала функционирования ($t = 0$) работоспособно; в) устройство в момент начала функционирования ($t = 0$) неработоспособно.

Решение. Устройство может находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном. Для определения вероятностей этих состояний воспользуемся выражениями (4.2) в случае, если устройство в момент времени $t = 0$ работоспособно и (4.3) – если неработоспособно. Тогда для случая а)

$$P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,1}{0,001 + 0,1} + \frac{0,001}{0,001 + 0,1} e^{-0,505} = 0,996$$

$$P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,001}{0,001 + 0,1} - \frac{0,001}{0,001 + 0,1} e^{-0,505} = 0,04$$

$$P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,1}{0,001 + 0,1} + \frac{0,001}{0,001 + 0,1} e^{-3,03} = 0,905$$

$$P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,001}{0,001 + 0,1} - \frac{0,001}{0,001 + 0,1} e^{-3,03} = 0,95$$

для случая в)

$$P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,1}{0,001 + 0,1} - \frac{0,1}{0,001 + 0,1} e^{-0,505} = 0,986$$

$$P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,001}{0,001 + 0,1} + \frac{0,1}{0,001 + 0,1} e^{-0,505} = 0,014$$

$$P_0(t) = K_I(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,1}{0,001 + 0,1} - \frac{0,1}{0,001 + 0,1} e^{-3,03} = 0,99$$

$$P_1(t) = K_{II}(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = \frac{0,001}{0,001 + 0,1} + \frac{0,1}{0,001 + 0,1} e^{-3,03} = 0,01$$

Пример 4.6. В случае отказа непрерывно работающего устройства оно некоторое время находится в нерабочем состоянии – ремонтируется. После ремонта устройство немедленно начинает работать. Интенсивность отказа устройства $\lambda = 0,001$ 1/ч, а интенсивность восстановления $\mu = 0,1$ 1/ч. Определить среднее значение коэффициента готовности в течение наработок $t = 5$ ч и $t = 30$ ч для случая, когда в момент начала функционирования устройства работоспособно.

Решение. Среднее значение функции готовности вычисляется по формуле:

$$K_{\Gamma}(t) = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} K_{\Gamma}(t) dt.$$

Подставив выражение для $K_{\Gamma}(t)$ согласно (4.2) и выполнив интегрирование получим:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{\Gamma}(t) &= \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} K_{\Gamma}(t) dt = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t_i} \right) dt = \\ &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t_i} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t_i}) \end{aligned}$$

Для заданных числовых значений t $\bar{K}_{\Gamma}(5) = 0,991$ $\bar{K}_{\Gamma}(30) = 0,99$.

Пример 4.7. Определить величину ошибки ΔK_{Γ} при вычислении вероятности нахождения восстанавливаемой системы в работоспособном состоянии в момент времени, равный наработке до отказа $\bar{T}_O$, если $K_{\Gamma} = 0,6$, а распределении времени до отказа и времени восстановления подчиняется экспоненциальному закону. В начальный момент времени $t = 0$ система работоспособна.

Решение. При экспоненциальном законе распределения времени до отказа и времени восстановления коэффициент готовности можно найти по формуле

$$K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B}$$

Подставив в выражение для функции готовности – вероятности нахождения системы в работоспособном состоянии $t = \bar{T}_O$ найдем соотношение между функцией готовности и коэффициентом готовности.

$$K_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-\frac{1}{1 - K_{\Gamma}}}$$

Ошибка при использовании коэффициента готовности для оценки вероятности нахождения в работоспособном состоянии в момент времени $t = \bar{T}_O$

$$\Delta K_{\Gamma} = K_{\Gamma}(t) - K_{\Gamma} = (1 - K_{\Gamma}) e^{-\frac{1}{1 - K_{\Gamma}}} = 0,4 \cdot 0,082 = 0,033$$

Пример 4.8. Поездная радиостанция включает в себя приемный и передающий блоки, интенсивность отказов которых одинаковы и равны

$\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Интенсивность восстановления $\mu = 2$ 1/ч. Станцию обслуживает одна ремонтная бригада. При неработоспособности любого из блоков радиостанция неработоспособна. При этом работоспособный блок выключается, и в нем не могут происходить отказы. Определить значения коэффициентов готовности и простоя радиостанции.

Решение. Число возможных состояний поездной радиостанции равно двум: G_0 - работоспособное состояние (оба блока работоспособны); G_1 - неработоспособное (один из блоков неработоспособен). Граф состояний представлен на рис.4.6.

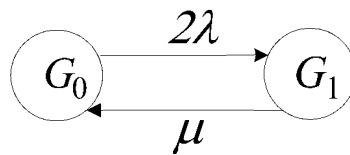


Рисунок 4.6. Граф состояний (к примеру 4.8)

По графу составляем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \end{cases}$$

При $t \rightarrow \infty$ перейдем к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) = 0 \\ 2\lambda P_0(t) - \mu P_1(t) = 0 \end{cases}$$

Заменяя одно уравнение нормировочным условием: $P_0 + P_1 = 1$ имеем:

$$\begin{cases} -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) = 0 \\ P_0 + P_1 = 1 \end{cases}$$

В результате решения этой системы уравнений получим:

$$K_{\Gamma} = P_0 = \frac{\mu}{\mu + 2\lambda} = \frac{2}{2 + 0,02} = 0,99; \quad K_{\Pi} = P_1 = \frac{2\lambda}{\mu + 2\lambda} = \frac{0,02}{2 + 0,02} = 0,01.$$

Пример 4.9. Восстанавливаемое устройство, время безотказной работы и время восстановления которого подчиняются экспоненциальному закону распределения, имеет коэффициент готовности $K_{\Gamma} = 0,9$. Определить вероятность нахождения устройства в работоспособном состоянии $K_{\Gamma}(t)$ в момент времени $t_1 = 50$ ч, если наработка до первого отказа $\bar{T}_O = 500$ ч.

Решение. Зная коэффициент готовности и среднее время наработки до первого отказа, найдем среднее время восстановления, используя формулу (1.23)

$$K_G = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B} = \frac{500}{500 + \bar{T}_B} = 0,9$$

$$\bar{T}_B = \frac{500 - 450}{0,9} = 56 \text{ ч.}$$

Используя выражение (4.2) найдем соотношение между функцией готовности и коэффициентом готовности устройства.

$$K_G(t) = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_B} + \frac{\bar{T}_B}{\bar{T}_O + \bar{T}_B} e^{-\left(\frac{\bar{T}_O + \bar{T}_B}{\bar{T}_O \cdot \bar{T}_B}\right)t} = K_G + (1 - K_G)e^{-\frac{t}{K_G \cdot \bar{T}_B}}$$

Для $t = 50$ ч

$$K_G(t) = 0,9 + (1 - 0,9)e^{-\frac{50}{0,9 \cdot 56}} = 0,9 + 0,1 \cdot 0,37 = 0,94.$$

Пример.4.10. Для питания электростанции используется электроагрегат с двумя генераторами, каждый из которых обладает производительностью, достаточной для нормальной работы. Эти генераторы работают поочередно. При отказе работающего генератора в работу включается резервный генератор, а отказавший отключается и ремонтируется. Отказ электроагрегата состоит в прекращении питания радиостанции.

Конструкции электроагрегата допускает одновременный ремонт обоих генераторов, имеется нужное число ремонтников.

Определить коэффициент готовности электроагрегата, если наработка на отказ генератора $\bar{T}_O$ в 5 раз больше среднего времени устранения отказа $\bar{T}_B$. Предполагается, что время безотказной работы и время восстановления подчиняются экспоненциальному закону распределения.

Решение. Электроагрегат может находиться в одном из трех состояний:

- G_0 - электроагрегат работоспособен; оба генератора работоспособны;
- G_1 - электроагрегат работоспособен, но один из генераторов отказал и находится в ремонте;
- G_2 - электроагрегат неработоспособен, оба генератора ремонтируются.

Обозначим вероятности указанных состояний в момент времени t через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$. Эти вероятности при $t \rightarrow \infty$ имеют пределы P_0 , P_1 , P_2 . Поскольку для рассматриваемого агрегата переход из состояния G_0 в состояние G_1 не нарушает его работоспособности $K_{\Gamma} = P_0 + P_1$.

Составим граф состояний (рис.4.7) и соответствующую этому графу систему дифференциальных уравнений.

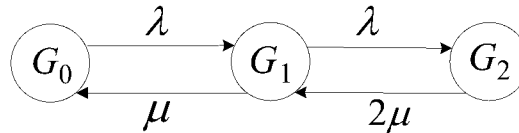


Рисунок 4.7. Граф состояний (к примеру 4.10)

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + 2\mu P_2(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t) \end{cases}$$

Для определения установившихся значений P_0 и P_1 положим все производные равными нулю. Получим систему линейных уравнений, которая добавляется характеристическим уравнением $P_0 + P_1 + P_2 = 1$:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ 0 = \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + 2\mu P_2(t) \\ 0 = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t) \end{cases}$$

В результате решения системы уравнений получим:

$$P_0 = \frac{2\mu^2}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}; \quad P_1 = \frac{2\lambda\mu}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}.$$

$$K_{\Gamma} = \frac{2\mu^2}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} + \frac{2\lambda\mu}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}$$

При $\lambda = 0,2\mu$ получим $K_{\Gamma} = 0,98$.

Пример 4.11. Преобразователь состоит из рабочего блока и блока в ненагруженном резерве. Распределения времен между отказами и восстановлениями подчиняются экспоненциальному закону с параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\mu = 0,8$ 1/ч. Определить значения коэффициента простоя и во сколько раз уменьшается величина коэффициента простоя преобразователя

при применении неограниченного восстановления по сравнению с ограниченным.

Решение. Для определения коэффициентов простоя для случаев ограниченного и неограниченного восстановления воспользуемся соответственно выражениями (4.12) и (4.13). Число возможных состояний равно трем.

Для ограниченного восстановления

$$K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2}$$

Для неограниченного восстановления

$$K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{(m+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{m+1-j}} = \frac{1}{2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\mu}{\lambda} + 1} = \frac{\lambda^2}{2\mu^2 + \lambda\mu + \lambda^2}$$

Для рассматриваемого примера справедливо соотношение $\mu \gg \lambda$ и, полученные выражения, могут с достаточной для практики точностью, определены приближенно:

$$K_{II.O} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2} \approx 10^{-4}; \quad K_{II.H} \approx \frac{\lambda^2}{2\mu^2} \approx 0,5 \cdot 10^{-4}.$$

При применении неограниченного восстановления по сравнению с ограниченным величина коэффициента простоя уменьшилась в два раза.

Пример 4.12. Преобразователь состоит из рабочего блока и блока в нагруженном резерве. Распределения времен между отказами и восстановлениями подчиняются экспоненциальному закону с параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\mu = 0,8$ 1/ч. Определить значения коэффициента простоя и во сколько раз уменьшается величина коэффициента простоя преобразователя при применении неограниченного восстановления по сравнению с ограниченным.

Решение. Для определения коэффициентов простоя для случаев ограниченного и неограниченного восстановления воспользуемся соответственно выражениями (4.14) и (4.15). Число возможных состояний равно трем.

Для ограниченного восстановления

$$K_{II} = P_{m+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}.$$

Для неограниченного восстановления

$$K_{II} = P_{m+1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^{m+1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^2.$$

При $\mu \gg \lambda$ можно записать

$$K_{II.O} \approx \frac{2\lambda^2}{\mu^2} \approx 2 \cdot 10^{-4}; \quad K_{II.H} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2} \approx 10^{-4}$$

Выигрыш при применении неограниченного восстановления также получился равным двум.

Пример 4.13. радиоприемное устройство, состоящее из рабочего блока и блока в нагруженном резерве, рассчитано на непрерывную круглосуточную работу. Через три часа после включения это устройство может получить команду на перестройку режима работы. Интенсивность отказов и восстановлений каждого блока равны $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\mu = 0,2$ 1/ч. Имеются две дежурные ремонтные бригады. Определить вероятность застать радиоприемное устройство в неработоспособном состоянии через три часа работы (функцию простоя) и значение коэффициента простоя.

Решение. Радиоприемное устройство в любой момент времени может находиться в одном из трех состояний:

G_0 - оба блока работоспособны;

G_1 - один блок неработоспособен;

G_2 - оба блока неработоспособны.

При нахождении в состояниях G_0 и G_1 устройство работоспособно, в состоянии G_2 - неработоспособно. Граф состояний устройства с соответствующими интенсивностями переходов показан на рис.4.8.

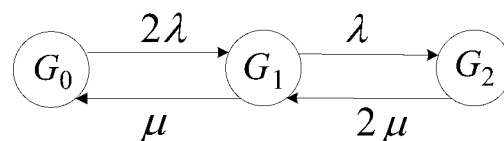


Рисунок 4.8. Граф состояний (к примеру 4.13)

Система дифференциальных уравнений, составленная по этому графу, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + 2\mu P_2(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t) \end{cases}$$

Для определения функции простоя устройства решим эту систему при начальных условиях $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$. Переходя к изображениям, получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (s + 2\lambda)P_0^\circ(s) - \mu P_1^\circ(s) = 1 \\ -2\lambda P_0^\circ(s) + (s + \lambda + \mu)P_1^\circ(s) - 2\mu P_2^\circ(s) = 0 \\ -\lambda P_0^\circ(s) + (s + 2\mu)P_2^\circ(s) = 0 \end{cases}$$

Для получения величин $P_i^\circ(s)$ используем правило Крамера:

$$P_i^\circ(s) = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

где Δ - определитель, элементами которого являются коэффициенты при $P_0^\circ(s)$, $P_1^\circ(s)$, $P_2^\circ(s)$; Δ_i - определитель, который образуется из Δ путем замены i -го столбца коэффициентами правой части системы.

В примере требуется определить функцию простоя $P_2(t)$, поэтому найдем определители Δ и Δ_2 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} s + 2\lambda & -\mu & 0 \\ -2\lambda & s + \lambda + \mu & -2\mu \\ 0 & -\lambda & s + 2\mu \end{vmatrix} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} s + 2\lambda & -\mu & 1 \\ -2\lambda & s + \lambda + \mu & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \end{vmatrix}.$$

Следовательно,

$$P_2^\circ(s) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2\lambda^2}{s[s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 2\lambda^2 + 4\lambda\mu + 2\mu^2]}.$$

Переходя от изображений к оригиналам, получим:

$$K_{II}(t) = P_2(t) = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} [1 - 2e^{-(\lambda + \mu)t} + e^{-2(\lambda + \mu)t}].$$

Используя это выражение, определим коэффициент простоя при $t \rightarrow \infty$

$$K_{II} = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$K_{II}(3) = 2 \cdot 10^{-4}, \quad K_{II} = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Пример.4.14. Поездная радиостанция включает в себя приемный и передающий блоки, интенсивность отказов которых одинаковы и равны $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Интенсивность восстановления $\mu = 2$ 1/ч. Станцию обслуживает одна ремонтная бригада. При неработоспособности любого из блоков радиостанция неработоспособна. При этом работоспособный блок не выключается, и в нем могут происходить отказы. Определить значения коэффициентов готовности и простоя радиостанции.

Решение. Число возможных состояний поездной радиостанции равно трем: G_0 - работоспособное состояние (оба блока работоспособны); G_1 - один из блоков неработоспособен; G_2 - оба блока неработоспособны. Граф состояний представлен на рис.4.9.

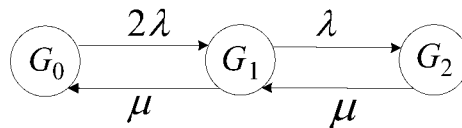


Рисунок 4.9. Граф состояний (к примеру 4.14)

Этому графу соответствует система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_2(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t) \end{cases}$$

При $t \rightarrow \infty$ переходим к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) = 0 \\ 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_2(t) = 0 \\ \lambda P_1(t) - \mu P_2(t) = 0 \end{cases}$$

При решении этой системы используем нормировочное уравнение:

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1,$$

которое может заменить любое из уравнений системы. В результате решения системы уравнений либо подстановкой, либо по правилу Крамера получим:

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}; P_1 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}; P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}.$$

Коэффициент готовности поездной радиостанции равен:

$$K_{\Gamma} = P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} = \frac{4}{4 + 0,04 + 0,0001} = 0,99.$$

Коэффициент простоя

$$K_{\Pi} = P_1 + P_2 = \frac{2\lambda\mu + 2\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} = \frac{0,04 + 0,0002}{4 + 0,04 + 0,0001} = 0,01.$$

Пример.4.15. Определить коэффициент готовности $K_{\tilde{A}}$ и вероятность безотказной работы за время $t = 100$ ч сети (рис.4.5,а), если интенсивность отказа линий связи $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, а среднее время восстановления $\bar{T}_{\tilde{A}} = 1000$ ч. Узлы сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

Решение. Для решения задачи воспользуемся эквивалентными логическими схемами для расчета показателей надежности, приведенными на рис.4.5,г, ж. Схема (рис.4.5,г) соответствует общему резервированию с постоянно включенным резервом. Минимальную вероятность безотказной работы сети за время t можно определить по формуле:

$$P_{\tilde{I}}(t) = 1 - (1 - e^{-2\lambda \cdot t})^3 = 1 - \left(1 - e^{-0,4 \cdot 10^{-2}}\right)^3 = 0,999999936$$

Используя формулы (4.19) и (4.20), определим минимальный коэффициент готовности сети

$$K_{\tilde{A},\tilde{I}} = 1 - [1 - (1 - n + \sum_{i=1}^n K_{\tilde{A}i})]^3,$$

где $K_{\tilde{A}i}$ - коэффициент готовности отдельной линии связи.

По данным об интенсивности отказов и времени восстановления линии связи определим коэффициент готовности отдельной линии связи $K_{\tilde{A}i}$

$$K_{\tilde{A}i} = \frac{\bar{T}_O}{\bar{T}_O + \bar{T}_{\tilde{A}}} = \frac{1}{1 + \lambda \cdot \bar{T}_{\tilde{A}}}$$

Подставим полученное выражение в формулу для $K_{\tilde{A},\tilde{I}}$ получим

$$K_{\tilde{A}.I} = 1 - [1 - (1 - n + \sum_{i=1}^n K_{\tilde{A}i})]^3 = 1 - \left(n - \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \lambda \cdot \bar{T}_{\tilde{A}}} \right)^3 = 0,99994$$

Схема (рис.4.5,ж) соответствует раздельному нагруженному резервированию. Максимальную вероятность безотказной работы сети определим по формуле

$$P_{\tilde{A}}(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^3]^2 = \left[1 - \left(1 - e^{-0,2 \cdot 10^{-2}} \right)^3 \right]^2 = 0,999999984$$

Максимальный коэффициент готовности сети определим по формуле:

$$K_{\tilde{A}.A} = 1 - n + \sum_{i=1}^n [1 - (1 - K_{\tilde{A}i})^3] = 1 - 2 + \sum_{i=1}^2 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{1 + \lambda \cdot \bar{T}_{\tilde{A}}} \right)^3 \right] = 0,999985$$

Таким образом, для исходной сети вероятность безотказной работы находится внутри интервала $P_I(t) \dots P_{\tilde{A}}(t)$, а коэффициент готовности в интервале $K_{\tilde{A}.I} \dots K_{\tilde{A}.A}$.

4.3. Задачи

4.1. Коэффициент простоя $K_{II} = 0,2$. Интенсивность восстановления $\mu = 0,1 \cdot 10^{-3}$. Определить вероятность отказа системы за 500 ч работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ $Q(500) = 0,012$

4.2. Аппаратура имела среднюю интенсивность отказа $\lambda = \text{const} = 0,003$ 1/ч и среднее время восстановления $\bar{T}_B = 2$ ч. Определить коэффициент готовности K_{II} и вероятность отказа аппаратуры за 10 ч работы. Справедлив основной закон надежности.

Ответ $K_{II} = 0,994$; $Q(10) = 0,03$

4.3. Аппаратура имела среднюю наработку до отказа $\bar{T}_O = 20$ ч и среднее время восстановления $\bar{T}_B = 1$ ч. Определить коэффициент простоя K_{II} и вероятность отказа аппаратуры за 1 ч работы, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ $K_{II} = 0,048$; $Q(1) = 0,049$

4.4. Коэффициент готовности изделия $K_{\Gamma} = 0,95$. Среднее время восстановления $\bar{T}_B = 10$ ч. Найти вероятность безотказной работы устройства за 100 ч, если справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ $P(100) = 0,591$

4.5. Восстанавливаемая система с экспоненциальным законом распределения времени безотказной работы и времени восстановления имеет коэффициент готовности $K_{\Gamma} = 0,95$. Вычислить вероятность безотказной работы системы в течение времени $t = 10$ ч, если среднее время восстановления $\bar{T}_B = 5$ ч.

Ответ $P(10) = 0,9$

4.6. Коэффициент готовности восстанавливаемой системы с экспоненциальным законом распределения времени безотказной работы равен $K_{\Gamma} = 0,95$. Определить среднее значение параметра потока отказов аппаратуры, если среднее время восстановления составляет 30 мин.

Ответ $\omega = 0,105$ 1/ч

4.7. За пять дней работы установка имела три отказа. На ремонт потребовалось 1,5 ч, 2,5 ч и 3 ч. Определить коэффициент простоя установки и среднее время наработки до отказа.

Ответ: $K_{\Pi} = 0,058$; $\bar{T}_O = 37,7$ ч

4.8. Интенсивность отказов вычислительного устройства $\lambda = 0,02$ 1/ч, а среднее время восстановления $\bar{T}_B = 10$ ч. Определить коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности вычислительного устройства.

Ответ: $K_{\Gamma} = 0,83$; $K_{OG} = 0,83e^{-0,02t}$

4.9. Интенсивность отказов сложной восстанавливаемой аппаратуры $\lambda = \text{const} = 0,015$ 1/ч. Среднее время восстановления $\bar{T}_B = 100$ ч. Необходимо определить вероятность застать систему в исправном состоянии в момент времени $t = 10$ ч.

Ответ: $K_{\Gamma}(10) = 0,867$

4.10. Коэффициент готовности сложного восстанавливаемого объекта $K_{\Gamma} = 0,9$. Интенсивность его восстановления $\mu = \text{const} = 0,01$ 1/ч.

Необходимо определить вероятность застать систему в исправном состоянии в момент времени $t = 12$ ч.

Ответ: $K_T(12) = 0,987$

4.11. Параметр потока отказов восстанавливаемой системы $\omega = 10^{-3}$ 1/ч, среднее время восстановления $\bar{T}_B = 50$ ч. Вычислить вероятность застать систему в работоспособном состоянии в момент времени $t = 20$ ч.

Ответ: $K_T(20) = 0,85$

4.12. Нарботка до отказа восстанавливаемого устройства $\bar{T}_O = 100$ ч, интенсивность восстановления $\mu = 0,1$ 1/ч. Вычислить функцию готовности устройства.

Ответ: $K_T(t) = 0,91 + 0,09e^{-0,11t}$

4.13. Вероятность безотказной работы ремонтируемого приемного блока в течение времени $t = 3$ ч равна $P(3) = 0,997$. Среднее время ремонта приемного блока $t = 2,5$ ч. Определить коэффициент простоя приемного блока.

Ответ: $K_{\Pi} = 2,5 \cdot 10^{-3}$

4.14. Передающее устройство содержит рабочий блок и блок в нагруженном резерве. Вероятность отказа блока в течении времени $t = 25$ ч $Q(t) = 0,1$. Ремонт производится одной бригадой с интенсивностью $\mu = 0,2$ 1/ч. Определить время простоя передающего устройства.

Ответ: $K_{\Pi} = 8 \cdot 10^{-4}$

4.15. Усилитель состоит из двух последовательно соединенных равнонадежных блоков. Интенсивность отказов, каждого из которых $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Для повышения надежности имеется усилитель в ненагруженном резерве. Ремонт производит одна бригада. Среднее время ремонта $\bar{T}_B = 0,5$ ч. Определить коэффициент простоя усилителя с резервом.

Ответ: $K_{\Pi} = 9 \cdot 10^{-6}$

4.16. Вычислительное устройство содержит одно устройство, предназначенное для выполнения задачи и одно устройство в нагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого устройства равна λ 1/ч, интенсивность восстановления μ 1/ч. Ремонт устройства производится независимо друг от друга. Определить функцию готовности.

Ответ: $K_{\Gamma}(t) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} [1 - 2e^{-(\lambda + \mu)t} + e^{-2(\lambda + \mu)t}]$

4.17. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в нагруженном резерве. Ремонт производится одной бригадой. Среднее время восстановления $\bar{T}_B = 0,5$ ч. Определить предельно допустимую интенсивность отказов устройства, чтобы удовлетворялось условие $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: $\lambda \ll \mu \sqrt{\frac{K_{\Pi}}{2}} = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч

4.18. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в ненагруженном резерве. Ремонт производится одной бригадой. Среднее время восстановления $\bar{T}_B = 0,5$ ч. Определить предельно допустимую интенсивность отказов устройства, чтобы удовлетворялось условие $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: $\lambda \ll \mu \sqrt{K_{\Pi}} = 3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч

4.19. Для повышения надежности изделия, имеющего интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, применено резервирования с нагруженным резервом. Ремонт производится одной ремонтной бригадой с интенсивностью $\mu = 2$ 1/ч. Определить значение коэффициента простоя.

Ответ: $K_{\Pi} = 2 \cdot 10^{-4}$

4.20. Для повышения надежности изделия, имеющего интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, применено резервирования с нагруженным резервом. Ремонт производится двумя ремонтными бригадами с интенсивностью $\mu = 2$ 1/ч. Определить значение коэффициента простоя.

Ответ: $K_{\Pi} = 10^{-4}$

4.21. Для повышения надежности изделия, имеющего интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, применено резервирования с ненагруженным резервом. Ремонт производится одной ремонтной бригадой с интенсивностью $\mu = 2$ 1/ч. Определить значение коэффициента простоя.

Ответ: $K_{\Pi} = 10^{-4}$

4.22. Для повышения надежности изделия, имеющего интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, применено резервирование с нагруженным резервом. Ремонт производится двумя ремонтными бригадами с интенсивностью $\mu = 2$ 1/ч. Определить значение коэффициента простоя.

Ответ: $K_{\Pi} = 0,5 \cdot 10^{-4}$

4.23. Система состоит из блока, предназначенного для выполнения задачи, и блока в нагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и интенсивность восстановлений $\mu = 0,2$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа системы.

Ответ: $\bar{T}_O = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2} = 2,6 \cdot 10^4$ ч

4.24. Станция содержит два блока, один из которых используется по назначению, а второй находится в ненагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и интенсивность восстановлений $\mu = 0,2$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа системы.

Ответ: $\bar{T}_O = \frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{\mu}{\lambda} \right) = 51000$ ч

4.25. Устройство содержит рабочий блок и два блока в ненагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления. Определить коэффициент готовности системы, если среднее время наработки до первого отказа нерезервированной системы равно 1000 ч, а среднее время восстановления - 10 ч. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления..

Ответ: $K_{\Gamma} = P_0 + P_1 + P_2 = 0,99 + 0,99 \cdot 10^{-2} + 0,495 \cdot 10^{-4} = 0,99995$

4.26. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в ненагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления. Определить коэффициент готовности системы, если среднее время наработки до первого отказа нерезервированной системы равно 1000 ч, а среднее время восстановления - 10 ч. Имеются две ремонтные бригады.

Ответ $K_{\Gamma} = 0,99995$

4.27. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в ненагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления. Определить коэффициент готовности системы, если интенсивность отказов нерезервированной системы $\lambda = 0,001$ 1/ч, а интенсивность восстановлений $\mu = 0,1$ 1/ч. Ремонт выполняется одной ремонтной бригадой.

Ответ $K_r = 0,9999$

4.28. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в нагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления. Определить коэффициент готовности системы, если интенсивность отказов нерезервированной системы $\lambda = 0,003$ 1/ч, а интенсивность восстановлений $\mu = 0,01$ 1/ч. Ремонт выполняется одной ремонтной бригадой.

Ответ $K_r = 0,899$

4.29. Устройство содержит один рабочий блок и один блок в нагруженном резерве. Блоки равнонадежны и имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа и времени восстановления. Определить коэффициент готовности системы, если интенсивность отказов нерезервированной системы $\lambda = 0,003$ 1/ч, а интенсивность восстановлений $\mu = 0,01$ 1/ч. Ремонт выполняется двумя ремонтными бригадами.

Ответ $K_r = 0,999$

4.30. Схема расчета показателей надежности восстанавливаемой вычислительной системы показана на рис. 4.10. Необходимо найти коэффициент готовности системы, если известны среднее время безотказной работы элементов $\bar{T}_{O.1} = 100$ ч, $\bar{T}_{O.2} = 300$ ч и интенсивности их восстановлений $\mu_1 = \mu_2 = 0,01$ 1/ч. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

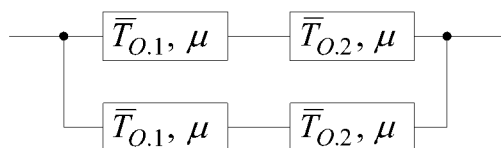


Рисунок 4.10. Схема расчета надежности (к задаче 4.30)

Ответ $K_r = 0,438$

4.31. Схема расчета показателей надежности восстанавливаемой системы показана на рис. 4.11. Необходимо найти коэффициент готовности системы, если известны среднее время безотказной работы элементов $\bar{T}_{O.1} = 100$ ч, $\bar{T}_{O.2} = 200$ ч и интенсивности их восстановлений $\mu_1 = \mu_2 = 0,1$ 1/ч. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

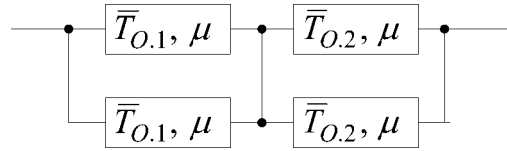


Рисунок 4.11. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.31)

Ответ $K_r = 0,9875$

4.32. Схема расчета показателей надежности восстанавливаемой системы показана на рис. 4.12. Необходимо найти коэффициент готовности системы, если известны интенсивности отказов элементов $\lambda_1 = 0,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_3 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, и интенсивности их восстановлений $\mu_1 = 0,1 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, $\mu_2 = 0,2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, $\mu_3 = 0,4 \cdot 10^{-2}$ 1/ч.

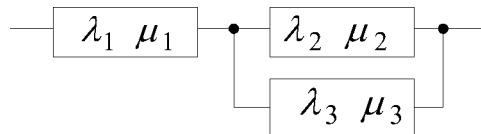


Рисунок 4.12. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.32)

Ответ $K_r = 0,7426$

4.33. Схема расчета показателей надежности восстанавливаемой системы приведена на рис. 4.13. Необходимо найти коэффициент готовности системы, если известны интенсивности отказов и среднее время восстановления элементов. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

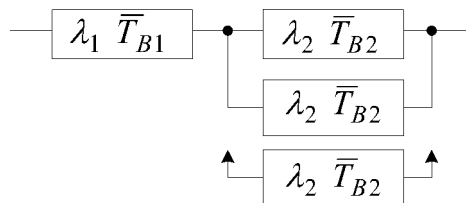


Рисунок 4.13. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.33)

Ответ: $K_r = \frac{1}{\lambda_1 \bar{T}_{B1} + 1} + \frac{3\lambda_2 \bar{T}_{B2} - 1}{(\lambda_2 \bar{T}_{B2} + 1)^3} - 1$

4.34. Схема расчета показателей надежности восстанавливаемой системы приведена на рис. 4.14. Определить коэффициент готовности

системы, если известны среднее время наработки до отказа и среднее время восстановления элементов. Для элементов справедлив экспоненциальный закон надежности.

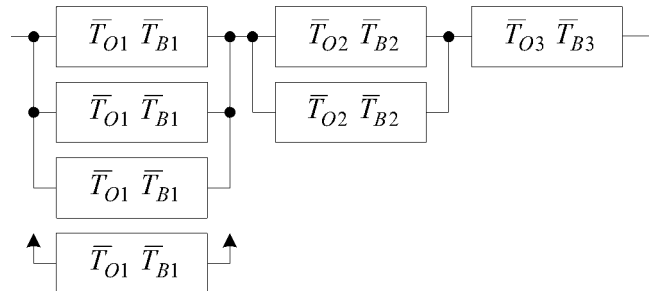


Рисунок 4.14. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.34)

Ответ:
$$K_r = \frac{\bar{T}_{O1} + \bar{T}_{O1}^3 \cdot \bar{T}_{B1}}{(\bar{T}_{O1} + \bar{T}_{B1})^4} + \frac{\bar{T}_{O2} \cdot \bar{T}_{B2}}{(\bar{T}_{O2} + \bar{T}_{B2})^2} + \frac{\bar{T}_{O3}}{\bar{T}_{O3} + \bar{T}_{B3}} - 2$$

4.35. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.15), если интенсивность отказа линии связи $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, а интенсивность восстановления $\mu = 0,1 \cdot 10^{-2}$ 1/ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

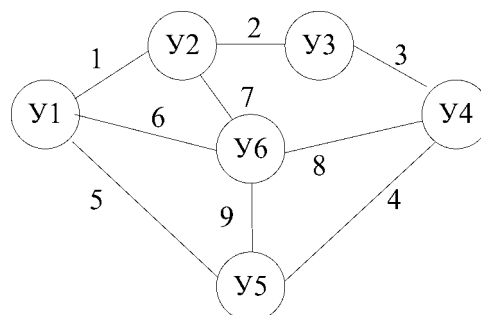


Рисунок 4.15. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.35)

Ответ: $0,999913 < K_r < 0,999985$

4.36. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.15), если среднее время наработки до первого отказа линии связи $\bar{T}_O = 500$ ч, а интенсивность восстановления $\mu = 0,1 \cdot 10^{-2}$ 1/ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $0,134827 < K_r < 0,279923$

4.37. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.16), если среднее время наработки до первого отказа линии связи $\bar{T}_O = 1000$ ч, а

среднее время восстановления $\bar{T}_B = 1$ ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

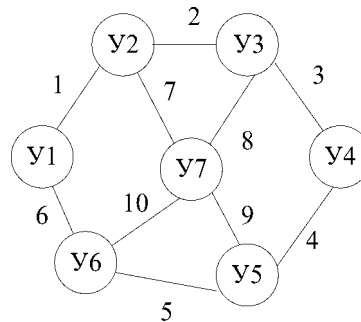


Рисунок 4.16. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.37)

Ответ: $0,9999999979 < K_r < 0,9999999984$

4.38. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.16), если интенсивность отказа линии связи $\lambda = 1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, а среднее время восстановления $\bar{T}_B = 5$ ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $0,9999996385 < K_r < 0,999999971$

4.39. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.17), если интенсивность отказа линии связи $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, а среднее время восстановления $\bar{T}_B = 0,5$ ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

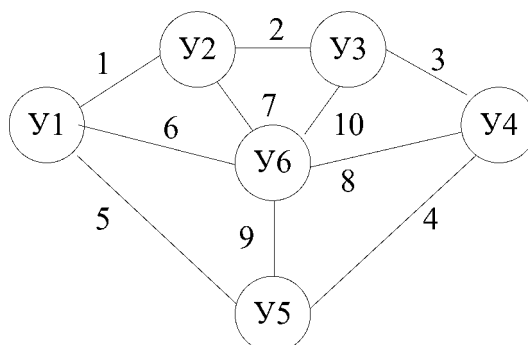


Рисунок 4.17. Схема расчета показателей надежности (к задаче 4.39)

Ответ: $0,9999999991235 < K_r < 0,9999999993864$

4.40. Определить коэффициент готовности K_r сети (рис.4.17), если интенсивность отказа линии связи $\lambda = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, а среднее время

восстановления $\mu = 0,5$ 1/ч. Узды сети считать абсолютно надежными, а линии связи равнонадежными. Для устройств справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ: $0,9999999509 < K_T < 0,9999999972$

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1999

2. Горелик А.В., Ермакова О.П. Надежность информационных систем. Основы надежности устройств ЖАТС. Учебное пособие – М.: РГОТУПС, 2003. 89 с.
3. Горелик А.В., Ермакова О.П. Основы теории надежности в примерах и задачах. Учебное пособие – М.: МИИТ, 2009.-98 с.
4. ГОСТ 27.002-89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения» - М.: Издательство стандартов, 1990.
5. Дмитренко И.Е. Техническая диагностика и автоконтроль систем железнодорожной автоматики и телемеханики. 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Транспорт, 1986. 144 с.
6. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных систем.- М.: Энергия, 1977. 536 с.
7. Иыуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем: Учеб.пособие для вузов по спец. «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети».- М.:Высш.шк., 1989.-216 с.
8. Надежность изделий электронной техники народнохозяйственного назначения. Справочник.- М.:ВНИИ Электростандарт, 1989. 196 с.
9. Сапожников В.В., Сапожников Вл,В, Шаманов В.И. Надежность систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. Учебное пособие для вузов ж.д. трансп./ Под ред. Вл.В. Сапожникова.- М.:Маршрут,2003. 263 с.
10. Сачков Н.Г., Русаков Е.А., Паршин А.В. Основы эксплуатационного обслуживания информационных систем железнодорожного транспорта/ Под ред. Н.Г. Сачкова: Учебное пособие для вузов ж. – д. транспорта.- М.:Маршрут,2005.-416 с.
11. Сборник задач по теории надежности./ Под ред. А.М. Половко и И.М. Маликова.- М.: Советское радио, 1972. 408 с.
12. Теория надежности радиоэлектронных систем в примерах и задачах. Учебное пособие/ Под. ред. Г.В. Дружинина.- М.: Энергия, 1976.

13. Ушаков И.А. Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем.- М.: Радио и связь, 1991. 132 с.
14. Шаманов В.И., Ведерников Б.И. Методика расчета эффективности технических мероприятий по повышению надежности действующих устройств сигнализации, централизации и блокировки.- М.:МПС, 1989. 80 с.
15. Шубинский И.Б. Расчет надежности цифровых устройств.- М.: Знание, 1984. 79 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ
НАДЕЖНОСТИ

Таблица П1.1

Термины	Определения
ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ	
1. Надежность E Dependability	Свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования. Примечание. Надежность является сложным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения состоит из сочетаний свойств: безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости
2. Безотказность E. Reliability	Свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки
3. Долговечность E. Longevity	Свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта
4. Ремонтпригодность E. Maintainability	Свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов
5. Сохраняемость E. Storageability	Свойство объекта сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в течение и после хранения и (или) транспортирования
6. Исправное состояние Исправность E. State of operability	Состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской документации
7. Неисправное состояние Неисправность E. State of no operability	Состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской документации
Термины	Определения
8. Работоспособное состояние Работоспособность E. State of serviceability	Состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-

	технической и (или) конструкторской документации
9. Неработоспособное состояние Неработоспособность E. State of no serviceability	Состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской документации
10. Предельное состояние E. Marginal state	Состояние объекта, при котором его дальнейшее применение по назначению недопустимо или нецелесообразно, либо восстановление его исправного или работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно
11. Критерий предельного состояния E. Marginal state criterion	Признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
12. Дефект E. Defect	По ГОСТ 15467—79
13. Повреждение E. Damage	Событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния
14. Отказ E. Failure	Событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта
15. Критерий отказа E. Failure criterion	Признак или совокупность признаков неработоспособного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
16. Техническое обслуживание E. Maintenance	По ГОСТ 18322—78
17. Восстановление работоспособного состояния Восстановление E. Restoration	По ГОСТ 18322—78
18. Ремонт E. Repair	По ГОСТ 18322—78
Термины	Определения
19. Обслуживаемый объект	Объект, для которого проведение технических обслуживаний предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации

20. Необслуживаемый объект	Объект, для которого проведение, технических обслуживаний не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
21. Восстанавливаемый объект E. Restorable item	Объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
22. Невосстанавливаемый объект E. No restorable item	Объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
23. Ремонтируемый объект E. Repairable item	Объект, для которого проведение ремонтов предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
24. Неремонтируемый объект E. No repairable item	Объект, для которого проведение ремонтов не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации
25. Показатель надежности E. Reliability index	Количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта
26. Единичный показатель надежности E. Simple reliability index	Показатель надежности, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта
27. Комплексный показатель надежности E. Integrated reliability index	Показатель надежности, характеризующий несколько свойств, составляющих надежность объекта
28. Наработка E. Operating time	Продолжительность или объем работы объекта
29. Наработка до отказа E. Time to failure	Наработка объекта от начала его эксплуатации до возникновения первого отказа
Термины	Определения
30. Наработка между отказами E. Time between failures	Наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа

31. Технический ресурс Ресурс	Наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние
32. Срок службы E. Lifetime	Календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние
33. Срок сохраняемости E. Storageability time	Календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта, в течение и после которой сохраняются значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в установленных пределах. Примечание. Различают сроки сохраняемости: срок сохраняемости до ввода в эксплуатацию и срок сохраняемости в период эксплуатации
34. Время восстановления работоспособного состояния Время восстановления E. Restoration time	Продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта
ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ	
Показатели безотказности	
35. Вероятность безотказной работы E. Survival probability	Вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. Примечание к терминам 35 - 40. Для режимов хранения и (или) транспортирования могут применяться аналогично определяемые показатели безотказности, например, вероятность безотказного хранения (транспортирования), среднее время хранения (транспортирования) до отказа, среднее время хранения (транспортирования) на отказ
36. Средняя наработка до отказа E. Mean time to failure	Математическое ожидание наработки объекта до первого отказа
37. Гамма - процентная наработка до отказа E. γ -percentile time to failure	Наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах
Термины	Определения
38. Средняя наработка на отказ Наработка на отказ E. Mean time between failures	Отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки

39. Интенсивность отказов Ндп. <i>Опасность отказов</i> E. Failure rate	Условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник
40. Параметр потока отказов Ндп. <i>Средняя частота отказов</i> <i>Интенсивность потока отказов</i> E. Failure rate	Отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки
Показатели долговечности	
41. Средний ресурс	Математическое ожидание ресурса. Примечание к терминам 41 - 46. В терминах показателей долговечности следует указывать вид действий после наступления предельного состояния объекта (например, средний ресурс до капитального ремонта; гамма - процентный ресурс до среднего ремонта и т. д.). Если предельное состояние обуславливает окончательное снятие объекта с эксплуатации, то показатели долговечности называются: полный средний ресурс (срок службы), полный гамма - процентный ресурс (срок службы), полный назначенный ресурс (срок службы). В полный срок службы входят продолжительности всех видов ремонта объекта
42. Гамма - процентный ресурс	Наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах
43. Назначенный ресурс	Суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено
44. Средний срок службы E. Mean lifetime	Математическое ожидание срока службы
45. Гамма - процентный срок службы E. γ - percentile lifetime	Календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта, в течение которой он не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах
Термины	Определения
46. Назначенный срок службы E. Specified lifetime	Календарная продолжительность эксплуатации объекта, при достижении которой применение по назначению должно

	быть прекращено
Показатели ремонтпригодности	
47. Вероятность восстановления работоспособного состояния Вероятность восстановления E. Probability of preset-time restoration	Вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного
48. Среднее время восстановления работоспособного состояния Среднее время восстановления E.. Restoration mean time	Математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния. Примечание. Аналогично определяется показатель «Средняя трудоемкость восстановления работоспособного состояния»
Показатели сохраняемости	
49. Средний срок сохраняемости E. Storageability mean time	Математическое ожидание срока сохраняемости
50. Гамма - процентный срок сохраняемости E. γ percentile storage ability time	Срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах
Комплексные показатели надежности	
51. Коэффициент готовности Ндп. <i>Коэффициент эксплуатационной надежности</i>	Вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается
52. Коэффициент оперативной готовности E. Availability factor	Вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени
53. Коэффициент технического использования E. Utilization factor	Отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий интервалов времени пребывания объекта в работоспособном состоянии, простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и ремонтов за тот же период эксплуатации
Термины	Определения
54. Коэффициент планируемого применения	Доля периода эксплуатации, в течение которой объект не должен находиться на плановом техническом обслуживании и

55. Коэффициент сохранения эффективности	ремонте Отношение значения показателя эффективности за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода эксплуатации не возникают
ОТКАЗЫ	
56. Независимый отказ E. Primary failure	Отказ объекта, не обусловленный отказом другого объекта
57. Зависимый отказ E. Secondary failure	Отказ объекта, обусловленный отказом другого объекта
58. Внезапный отказ E. Sudden failure	Отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких заданных параметров объекта
59. Постепенный отказ E. Gradual failure	Отказ, характеризующийся постепенным изменением значений одного или нескольких заданных параметров объекта
60. Перемежающийся отказ E. Intermittent failure	Множественно возникающий самоустраняющийся отказ объекта одного и того же характера
61. Конструкционный отказ E. Design-error failure	Отказ, возникший в результате несовершенства или нарушения установленных правил и (или) норм конструирования объекта
62. Производственный отказ E. Manufacture error failure	Отказ, возникший в результате несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления или ремонта объекта, выполнявшегося на ремонтном предприятии
63. Эксплуатационный отказ E. Misuse failure	Отказ, возникший в результате нарушения установленных правил и (или) условий эксплуатации объекта
64. Причина отказа E. Failure cause	Явления, процессы, события и состояния, обусловившие возникновение отказа объекта
65. Последствия отказа E. Failure effect	Явления, процессы, события и состояния, обусловленные возникновением отказа объекта
РЕЗЕРВИРОВАНИЕ	
66. Резервирование	Применение дополнительных средств и

E. Redundancy	(или) возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов
67. Основной элемент	Элемент структуры объекта, необходимой для выполнения объектом требуемых функций при отсутствии отказов его элементов
68. Резервный элемент E. Major element.	Элемент объекта, предназначенный для выполнения функций основного элемента в случае отказа последнего
69. Резервируемый элемент E. Element under redundancy Redundant element	Основной элемент, на случай отказа которого в объекте предусмотрен резервный элемент
70. Резерв Ндп. <i>Избыточность</i> E. Reserve	Совокупность дополнительных средств и (или) возможностей, используемых для резервирования
71. Нагруженный резерв Ндп. <i>Горячий резерв</i> E. Loaded reserve	Резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента
72. Облегченный резерв Ндп. <i>Теплый резерв</i> E. Reduced reserve	Резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной
73. Ненагруженный резерв Ндп. <i>Холодный резерв</i> E. Unloaded reserve	Резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функций основного элемента
74. Восстанавливаемый резерв E. Restorable reserve	Резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, работоспособность которых в случае их отказа подлежит восстановлению при эксплуатации
75. Невосстанавливаемый резерв E. No restorable reserve	Резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, работоспособность которых в случае их отказов восстановлению при эксплуатации не подлежит
76. Кратность резерва Кратность E. Redundancy multiplicity	Отношение числа резервных элементов объекта, к числу резервируемых ими основных элементов объекта, выраженное несокращенной дробью
Термины	Определения
77. Структурное резервирование E. Structural redundancy	Резервирование с применением резервных элементов структуры объекта

78. Временное резервирование E. Temporary redundancy	Резервирование с применением резервов времени
79. Информационное резервирование E. Information redundancy	Резервирование с применением резервов информации
80. Функциональное резервирование E. Functional redundancy	Резервирование с применением функциональных резервов
81. Нагрузочное резервирование	Резервирование с применением нагрузочных резервов
82. Общее резервирование E. Whole-system redundancy	Резервирование, при котором резервируемым элементом является объект в целом
83. Раздельное резервирование E. Inherent redundancy	Резервирование, при котором резервируемыми являются отдельные элементы объекта или их группы
84. Постоянное резервирование E. Constant redundancy	Резервирование без перестройки структуры объекта при возникновении отказа его элемента
85. Динамическое резервирование E. Dynamic redundancy	Резервирование с перестройкой структуры объекта при возникновении отказа его элемента
86. Резервирование замещением E. Stand-by redundancy	Динамическое резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента
87. Скользящее резервирование	Резервирование замещением, при котором группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент в данной группе
88. Смешанное резервирование E. Combined redundancy	Сочетание различных видов резервирования в одном и том же объекте
89. Дублирование E. Duplication	Резервирование с кратностью резервирования один к одному

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ

Таблица П2.1

Интенсивности отказов резисторов в номинальном режиме

$$(T = +20^{\circ}C; K_H = 1)$$

Типы резисторов	Номинальная мощность рассеивания $P_{НОМ}$, Вт													
	0,25	0,5	1	2	5	10	15	20	25	30	50	60	75	100
	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-6}$ 1/ч													
МЛТ	0,4	0,5	1,0	1,6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ТВО	0,4	0,45	0,8	1,4	2,2	3,0	-	4,0	-	-	-	6,0	-	-
МОУ	0,5	0,55	1,1	1,5	2,3	3,	-	-	4,2	-	5,5	-	-	10
МУН	0,8	0,6	1,2	2,0	-	-1	-	-	-	-	-	-	-	-
УНУ	0,6	0,7	1,2	1,7	2,3	3,0	-	-	4,8	-	8,0	-	-	12
КЭВ	0,6	0,75	1,3	1,75	2,4	3,1	-	-	5,0	-	-	-	-	-
ВС	0,7	0,8	1,35	1,8	2,5	3,	-	-	-	-	-	-	-	-
УЛИ	0,6	0,65	1,3	-	-	-3	-	-	-	-	-	-	-	-
БЛП	0,6	0,75	1,4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
СПО	0,6	0,7	1,15	1,8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
СП	0,7	0,8	1,3	2,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ПТН	-	1,1	1,4	1,8	-	-	-	-	-	-	-	--	-	-
ПКВ	-	1,2	1,5	2,0	2,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ПЭВ	-	1,6	1,5	2,0	2,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ПТП	-	-	2,2	2,6	3,0	-	--	-	-	-	-	-	-	-
РП	-	-	-	3,0	-	-	-	-	4,7	-	-	-	8,5	-

Таблица П2.2

Интенсивности отказов конденсаторов в номинальном режиме

$$T = +20^{\circ}C; K_H = 1)$$

Тип конденсатора	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-6}$ 1/ч
Бумажные	1,8
Металлобумажные	2,0
Слюдяные	1,2
Стекланные	1,6
Керамические	1,4
Пленочные	2,0
Электролитические алюминиевые	2,4
Электролитические танталовые	2,2
Оксидно-электролитические	1,3
Подстроечные	2,0

**Интенсивности отказов полупроводниковых приборов и компонентов
электронных схем в номинальном режиме**

Полупроводниковые приборы	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч}$
<i>Диоды</i>	
Выпрямительные точечные	
германиевые	0,7
кремниевые	2,0
Выпрямительные микроплоскостные германиевые	0,7
Выпрямители плоскостные германиевые	5,0
Импульсные точечные германиевые	3,0
Импульсные плоскостные мезадиоды	
германиевые	2,0
кремниевые	2,5
Импульсные сплавные кремниевые	0,6
Управляемые кремниевые	5,0
Стабилитроны кремниевые	5,0
Варикапы кремниевые	5,0
Выпрямительные столбы кремниевые	5,0
Микромодульные	
германиевые	4,2
кремниевые	4,5
Диоды излучающие	0,58
Диоды и диодные сборки	0,7
Тиристоры	0,45
Оптопары	1,0
<i>Транзисторы</i>	
Маломощные низкочастотные	
германиевые	3,0
кремниевые	4,0
Мощные низкочастотные германиевые	4,6
Маломощные высокочастотные германиевые	2,6
Мощные высокочастотные	
германиевые	5,0
кремниевые	1,7
Микромодульные германиевые	1,0
<i>Микросхемы</i>	
гибридные	1,0
полупроводниковые	0,8
однокристалльные ЭВМ и микропроцессоры	1,0
оптоэлектронные	0,22
Коммутационные устройства	2,8
Разъемы	9,1
Соединения пайкой	0,001
Провода соединительные	0,012
Кабели	0,22
Предохранители плавкие	0,16
Контакты магнитоуправляемые	0,03

Таблица П2.4

Интенсивности отказов трансформаторов и моточных изделий (дроссели, катушки, обмотки) в номинальном режиме

Трансформаторы и моточные изделия	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-6}$ 1/ч
Автотрансформаторы	5,0
<i>Трансформаторы</i>	
силовые	3,0
высоковольтные	4,0
импульсные	0,5
межкаскадные	0,11
Дроссели	1,0
Катушки индуктивности	0,5
Электродвигатели	80

Таблица П2.5

Интенсивности отказов устройств автоматики и телемеханики

Тип устройства	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-6}$ 1/ч
Преобразователь ПЧ 25/50	0,9
Блок БПШ	0,9
Известительное реле	1,2
Схемы кодирования в хвост удаляющегося поезда	1,2
Электродвигатель	1,5
Пневматическая обдувка	1,5
Кодовый путевой трансмиттер	1,8
Сопротивление:	
цепи ПХ-ОХ относительно земли	1,8
изоляции линии между релейным шкафом и дроссельным трансформатором	2,7
изоляции кабеля между релейным шкафом и КЯ в высоковольтной линии	2,7
Изоляция монтажа кабеля	2,9
Основной источник питания (ПХ-ОХ) на посту ЭЦ	2,9
Резервный источник переменного тока и предохранитель	2,9
Схемы изменения направления	2,9
Релейные схемы ЭЦ	2,9
Перекрытие входных, поездных и маневровых сигналов	3,3
Емкость конденсаторов	4,3
Аккумуляторы батарей:	
рабочих	4,5
станционных при максимальной нагрузке	4,5
входного светофора	4,5
Электрические стрелки	4,6
Лампы сигналов автошлагбаума	5,5
Цепь двигателя автошлагбаума	5,5
Схемы открытия (закрытия) автошлагбаума	5,5
Автошлагбаумы	5,5
Стабилизаторный блок	5,7

Реле:	
путевые	6,4
ДСШ	6,4
Предохранители	6,4
Цепи двойного снижения напряжения	6,4
Трансмиттерное реле	8,9
Рельсовая цепь	9,0
Дешифраторные ячейки	9,2
Лампы светофоров:	
входных	14,9
станционных	14,9
Устройства звуковой и световой сигнализации	14,9
Изолирующие стыки	25,5
Реле контроля и защиты	0,6142
Контакты	0,0287
Автоматы защиты и выключатели автоматические	0,303

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ МАЖОРИТАРНЫХ СТРУКТУР

n	d	Логическая формула ВО	Надежность (n,1) - структур	
			$P_0(t)$	$P_1(t)$
2	1	M_2^1	$2p_0 - P_0^2$	p_1^2
	2	M_2^2	p_0^2	$2p_1 - P_1^2$
3	1	M_3^1	$3p_0 - 3p_0^2 + p_0^3$	p_1^3
	2	M_3^2	$3p_0^2 - 2p_0^3$	$3p_1^2 - 2p_1^3$
	3	M_3^3	p_0^3	$3p_1 - 3p_1^2 + p_1^3$
4	1	M_4^1	$4p_0 - 6p_0^2 + 4p_0^3 - p_0^4$	p_1^4
	2	M_4^2	$6p_0^2 - 8p_0^3 + 3p_0^4$	$4p_1^3 - 3p_1^4$
	3	M_4^3	$4p_0^3 - 3p_0^4$	$6p_1^2 - 8p_1^3 + 3p_1^4$
	4	M_4^4	p_0^4	$4p_1 - 6p_1^2 + 4p_1^3 - p_1^4$
5	1	M_5^1	$5p_0 - 10p_0^2 + 10p_0^3 - 5p_0^4 + p_0^5$	p_1^5
	2	M_5^2	$10p_0^2 - 20p_0^3 + 15p_0^4 - 4p_0^5$	$5p_1^4 - 4p_1^5$
	3	M_5^3	$10p_0^3 - 15p_0^4 + 6p_0^5$	$10p_1^3 - 15p_1^4 + 6p_1^5$
	4	M_5^4	$5p_0^4 - 4p_0^5$	$10p_1^2 - 20p_1^3 + 15p_1^4 - 4p_1^5$
	5	M_5^5	p_0^5	$5p_1 - 10p_1^2 + 10p_1^3 - 5p_1^4 + p_1^5$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛАПЛАСА

Таблица П4.1

Изображение	Оригинал	
$\alpha s_1(x) + \beta s_2(x)$	$\alpha p_1(t) + \beta p_2(t)$	
$-p(0) + sa(x)$	$p'(t)$	
$\frac{s(x)}{x} + \frac{C}{x}$	$\int_0^t p(x)dx + C$	
$\frac{s}{b}\left(\frac{x}{b}\right), b > 0$	$p(bx)$	
$e^{-bx}s(x), b \geq 0$	$p(t-b)$	
$s_1(x)s_2(x)$	$\int_0^t p_1(x)p_2(t-x)dx$	
$s^k(x)$	$(-1)^k t^k p(t)$	
$s(x-\alpha)$	$e^{\alpha t} p(t)$	
$\frac{1}{x^n}, n = 1, 2, \dots$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	
$\frac{1}{(x-b)^n}, n = 1, 2, \dots$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{bt}$	
$\frac{1}{x^2 + b^2}$	$\frac{1}{b} \sin bt$	
$\frac{1}{x^2 - b^2}$	$\cos bt$	
$\frac{x}{x^2 - b^2}$	$\frac{1}{b} sh bt$	
$\frac{1}{x(x^2 + b^2)}$	$ch bt$	
$\frac{1}{x(x-b)}$	$Ae^{bt} + K$	$A = \frac{1}{b}, K = -\frac{1}{b}$
$\frac{x+d}{x(x-b)}$		$A = \frac{b+d}{b}, K = -\frac{d}{b}$
$\frac{1}{(x-b)(x-c)}$	$Ae^{bt} + Be^{ct}$	$A = \frac{1}{b-c}, B = \frac{1}{c-b}$
$\frac{x+d}{(x-b)(x-c)}$		$A = \frac{b+d}{b-c}, B = \frac{c+d}{c-d}$

Изображение	Оригинал	
$\frac{1}{x(x-b)(x-c)}$	$Ae^{bt} + Be^{ct} + K$	$A = \frac{1}{b(b-c)}, B = \frac{1}{c(c-b)},$ $K = \frac{1}{bc}$
$\frac{x+d}{x(x-b)(x-c)}$	$Ae^{bt} + Be^{ct} + K$	$A = \frac{b+d}{b(b-c)}, B = \frac{c+d}{c(c-d)},$ $K = \frac{d}{bc}$
$\frac{x^2+gx+d}{x(x-b)(x-c)}$		$A = \frac{b^2+gb+d}{b(b-c)},$ $B = \frac{c^2+gc+d}{c(c-b)}, K = \frac{d}{bc}$
$\frac{1}{(x-b)(x-c)(x-d)}$	$Ae^{bt} + Be^{ct} + Ce^{dt}$	$\frac{1}{(b-c)(b-d)},$ $B = \frac{1}{(c-b)(c-d)},$ $C = \frac{1}{(d-b)(d-c)}$
$\frac{x+e}{(x-b)(x-c)(x-d)}$		$A = \frac{b+e}{(b-c)(b-d)},$ $B = \frac{c+e}{(c-b)(c-d)},$ $C = \frac{d+e}{(d-b)(d-c)}$
$\frac{x^2+gx+e}{(x-b)(x-c)(x-d)}$		$A = \frac{b^2+gb+e}{(b-c)(b-d)},$ $B = \frac{c^2+gc+e}{(c-b)(c-d)},$ $C = \frac{d^2+gd+e}{(d-b)(d-c)}$

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ	6
1.1. Показатели и количественные характеристики надежности	6
1.2. Типовые примеры и их решения	18
1.3. Задачи	27
2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ НЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ	35
2.1. Методы расчета	35
2.2. Типовые примеры и их решения	40
2.3. Задачи	44
3. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ	52
3.1. Методы расчета	52
3.2. Типовые примеры и их решения	60
3.3. Задачи	70
4. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ	83
4.1. Методы расчета	83
4.2. Типовые примеры и их решения	95
4.3. Задачи	108
ЛИТЕРАТУРА	117
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	119
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	129
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	133
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	134
СОДЕРЖАНИЕ	136