

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Одобрено кафедрой
«Тяговый
подвижной состав»

Утверждено деканом
факультета
«Транспортные средства»

НАДЁЖНОСТЬ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Задания
на контрольные работы №1, 2
с методическими указаниями
для студентов IV курса
специальности 190300.65
ПОДВИЖНОЙ СОСТАВ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

Специализаций:
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ
ЛОКОМОТИВЫ
ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ НАЗЕМНЫЙ ТРАНСПОРТ
ВАГОНЫ
ТЕХНОЛОГИЯ ПРОИЗВОДСТВА И РЕМОНТА ПОДВИЖНОГО
СОСТАВА

Москва - 2015

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ №1,2

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольные работы выполняются на листах писчей бумаги формата А4 или в отдельной тетради. На титульном листе отчета по контрольным работам указывают название университета, факультета, кафедры, название дисциплины, фамилию и инициалы студента, его учебный шифр, курс, адрес, фамилию и инициалы преподавателя, год выполнения работы. Список использованных источников приводится в конце работы в соответствии с ГОСТ.

Выполненную работу студент подписывает с указанием даты и высылает в университет для рецензирования. Все ошибки и неточности, допущенные в работе должны быть устранены на помещенных отдельных листах в соответствующих местах. При этом все замечания рецензента должны быть сохранены.

Контрольные работы, выполненные не по своему варианту и без соблюдения указанных выше требований, не зачитываются.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Задание 1

В таблице 1 приведены значения наработок до отказа в находившейся под контролем партии одинаковых устройств.

Таблица 1

Значения наработки устройства до отказа и заданные значения t и T_0

Предпоследняя цифра шифра	Массив значений наработки до отказа T , 1000 ч	Наработка t , 1000 ч	Значение T_0 , 1000 ч
0	11, 9, 12, 16, 7, 8, 10, 11, 15, 8, 12, 14, 6, 10, 9, 10, 16, 11, 10, 13, 15, 11, 13, 12, 9, 11, 13, 12, 13, 11, 12, 8, 10, 13, 16, 8, 10, 7, 12, 14, 5, 16, 13, 13, 9, 6, 11, 9, 12, 14	12,5	4,5
1	14, 13, 16, 18, 14, 16, 15, 12, 14, 16, 15, 16, 14, 15, 11, 13, 18, 19, 11, 13, 10, 15, 17, 8, 19, 16, 16, 19, 9, 14, 12, 15, 17, 12, 14, 15, 19, 10, 11, 13, 14, 18, 11, 15, 17, 9, 13, 12, 13, 19	15,5	7,5
2	13, 12, 15, 17, 13, 15, 14, 11, 13, 15, 14, 15, 13, 14, 10, 12, 17, 18, 10, 12, 9, 14, 16, 7, 18, 15, 15, 11, 8, 13, 11, 14, 16, 11, 13, 14, 18, 9, 10, 12, 13, 17, 10, 14, 16, 8, 12, 11, 12, 18	14,5	6,5
3	12, 17, 9, 11, 8, 13, 15, 6, 17, 14, 14, 10, 7, 16, 10, 13, 15, 10, 12, 13, 17, 8, 9, 11, 12, 16, 9, 13, 15, 7, 11, 10, 11, 17, 12, 11, 14, 16, 12, 14, 13, 10, 12, 14, 13, 14, 12, 13, 9, 11	13,5	5,5
4	10, 15, 7, 9, 6, 11, 13, 4, 15, 12, 12, 8, 5, 14, 8, 11, 13, 8, 10, 11, 15, 6, 7, 9, 10, 14, 7, 11, 13, 5, 9, 8, 9, 15, 10, 9, 12, 14, 10, 12, 11, 8, 10, 12, 11, 12, 10, 11, 7, 9	11,5	3,5
5	5, 10, 6, 7, 2, 5, 5, 9, 4, 12, 1, 6, 8, 7, 4, 3, 11, 4, 6, 5, 7, 8, 3, 4, 6, 8, 7, 11, 6, 1, 5, 2, 7, 6, 9, 2, 5, 9, 4, 6, 8, 10, 5, 1, 7, 9, 3, 8, 1, 4	6,5	0,5
6	7, 7, 11, 14, 6, 3, 8, 10, 7, 12, 8, 9, 4, 9, 6, 5, 6, 13, 8, 7, 9, 10, 5, 6, 10, 9, 13, 8, 3, 7, 4, 9, 8, 11, 4, 7, 11, 6, 8, 10, 12, 7, 3, 9, 11, 5, 10, 3, 6, 8	8,5	2,5

7	6, 9, 7, 2, 5, 13, 10, 6, 6, 3, 8, 7, 11, 8, 5, 4, 5, 12, 7, 6, 8, 9, 4, 5, 7, 9, 8, 12, 7, 2, 6, 3, 8, 7, 3, 10, 6, 10, 5, 7, 9, 11, 6, 2, 8, 10, 4, 9, 2, 5	7,5	1,5
8	9, 11, 12, 7, 8, 10, 12, 14, 12, 11, 6, 9, 8, 5, 10, 13, 7, 14, 5, 9, 14, 12, 16, 8, 13, 10, 11, 6, 9, 5, 10, 8, 10, 15, 11, 10, 8, 15, 7, 8, 11, 9, 12, 10, 5, 16, 8, 13, 9, 6	9,5	3,5
9	11, 12, 14, 12, 10, 8, 7, 12, 11, 9, 4, 11, 11, 12, 13, 15, 6, 10, 9, 12, 5, 8, 12, 7, 13, 9, 10, 5, 8, 8, 13, 15, 7, 4, 9, 11, 8, 10, 7, 6, 14, 7, 8, 9, 10, 11, 6, 7, 9, 10	11,5	4,0

Требуется определить статистические вероятности безотказной работы $P(t)$ и $Q(t)$ отказа устройства для заданного значения t (см.таблицу 1). Далее необходимо рассчитать значение вероятности безотказной работы $P^*(t)$ по первым 20 значениям наработки до отказа, указанным для соответствующего варианта в таблице 1.

Методические указания

Наработка исследуемых устройств до отказа есть непрерывная случайная величина T . По результатам испытания (наблюдение в эксплуатации) партии из N устройств получена дискретная совокупность из N ее значений $t_1, \dots, t_i, \dots, t_N$ (см. таблицу 1).

Статистическая вероятность безотказной работы устройства для наработки t определяется как:

$$P(t) = \frac{N_p(t)}{N}, \quad (1)$$

где $N_p(t)$ – число объектов, работоспособных на момент времени t (определяется из табл.1 для значений T , превышающих t)

При выполнении расчетов следует обратить особое внимание на точность полученных результатов, так как они будут использованы в последующем.

Вероятность отказа устройств за наработку t статистически определяется как:

$$Q(t) = \frac{N_{np}(t)}{N}, \quad (2)$$

где $N_{np}(t)$ – число объектов неработоспособных к наработке t (определяется из таблицы 1 для значений T , меньше t).

Поскольку $N_p(t) + N_{np}(t) = N$, то сумма вероятностей: $P(t) + Q(t) = 1$ используется для проверки правильности вычислений.

Оценку вероятности безотказной работы устройства по первым 20-ти значениям наработки до отказа обозначим через $P^*(t)$. Ее значение определяется по формуле (1), но при этом $N = 20$, а число работоспособных объектов $N_p(t)$ на момент времени t выбирается из этой совокупности.

Задание 2

Требуется рассчитать среднюю наработку до отказа $\bar{T}$ рассматриваемого устройства. Первоначально вычисления произвести непосредственно по выборочным значениям T , указанным в таблице 1, а затем с использованием статистического ряда.

Методические указания

Для вычисления среднего значения $\bar{T}$ случайной величины T непосредственно по ее выборочным $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N$ используют формулу:

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (3)$$

Здесь N равно числу значений T (таблица 1) для заданного варианта.

Приведенная формула не несет в себе методической ошибки, но расчеты с ее помощью обычно трудоемки и часто приводят к неверным результатам в силу технических ошибок, во избежание которых расчеты желательно выполнить минимум дважды, вводя в калькулятор значения t_i первоначально с 1-го значения до N -го, а затем наоборот.

Для упрощения расчетов можно использовать преобразования результатов наблюдений (совокупности значений t_i) в статистический ряд. С этой целью весь диапазон наблюдаемых значений T делят на « m » интервалов или «разрядов» и подсчитывают число значений n_i приходящихся на каждый i -ый разряд. Результаты такого подсчета удобно записывать в форме таблицы 3.

Таблица 3

Преобразование значений наработки до отказа в статистический ряд

интервал		Число попаданий на интервал	Статистические вероятности
№	Нижняя и верхняя границы, 10^3 ч		
1	8,5 ÷ 11,5	$n_1=15$	$q_1 = 0,15$
2	11,5 ÷ 14,5		$q_2 = 0,35$
		$n_2=35$	
3	14,5 ÷ 17,5		$q_3 = 0,30$
		$n_3=30$	
4	17,5 ÷ 20,5	$n_4=20$	$q_4 = 0,20$

Для выполнения второй части задания примем значения интервала $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч, а $m=4$. Для примера в таблице 3 указаны результаты систематизации в виде статистического ряда 100 значений случайной величины, распределенной на интервале $[8,5 \cdot 10^3 \text{ ч} \div 20,5 \cdot 10^3 \text{ ч}]$, для тех же условий, т.е. $\Delta t = 3 \cdot 10^3$ ч, а $m=4$.

Заполняя таблицу 3, последовательно просматриваем массив значений (t_i) и оцениваем к какому разряду относится каждое число. Принадлежность числа к определенному разряду отмечают чертой в соответствующей строке таблицы. Затем подсчитывают $n_1, \dots, n_i, \dots, n_m$ – число попаданий значений случайной величины (число черточек) соответственно в 1-ый, ..., i -ый, ..., m -ый разряд. Правильность подсчетов определяют, используя соотношение:

$$\sum_{i=1}^m n_i = N$$

Нижнюю границу интервала T_0 можно установить, пользуясь табл.1. Статистический ряд отражают графически (см.рис.1)

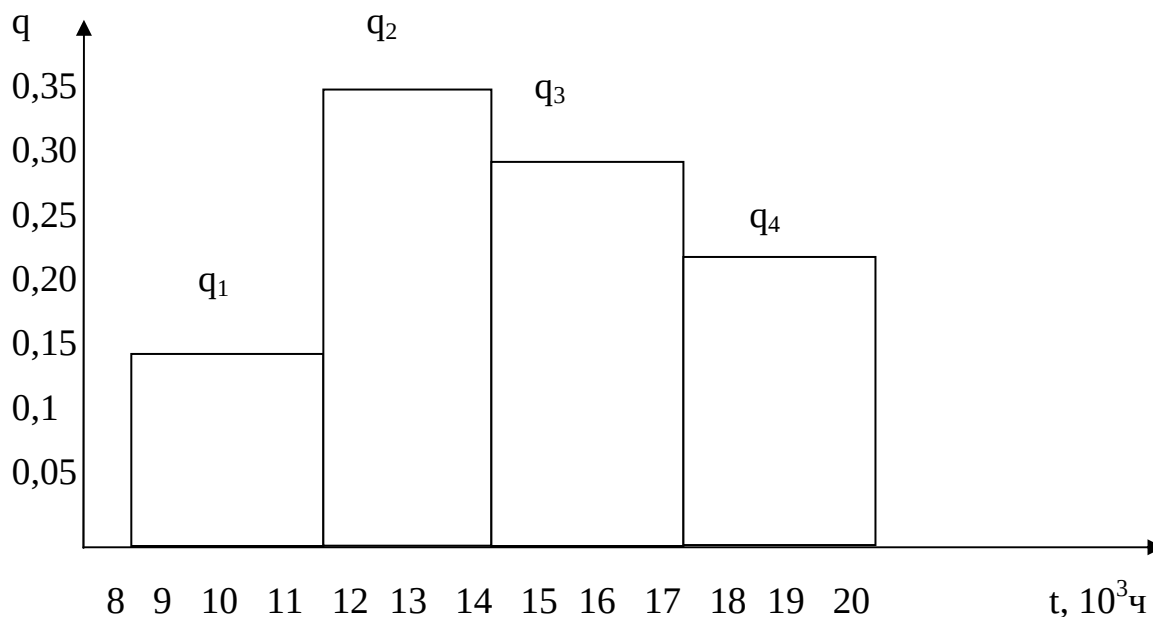


Рисунок 1.

С этой целью по оси абсцисс откладывают разряды и на каждом разряде строят прямоугольник, высота которого равна статической вероятности попадания случайной величины на данный интервал. Здесь $T_1, \dots, T_i, \dots, T_m$ соответственно верхние границы 1, ..., i, ..., m-го интервалов, определяемые принятыми значениями T_0 (Таблица 1) и Δt : $T_1 = T_0 + \Delta t$; $T_2 = T_1 + \Delta t$; $T_m = T_{m-1} + \Delta t$.

Статистическая вероятность q_i попадания случайной величины на i-ый интервал рассчитывается как:

$$q_i = \frac{n_i}{N}$$

После подсчетов значения q_i для всех разрядов проверяют правильность расчетов, используя выражение:

$$\sum_{i=1}^m q_i = 1$$

Для расчета среднего значения случайной величины принимают середину $\tilde{t}_i$, принадлежащей i-му интервалу. В этом случае наработка до отказа определяется:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^m \tilde{t}_i q_i \quad (4)$$

Ошибку в расчетах оценивают по формуле:

$$\delta = \frac{\bar{T}(II) - \bar{T}(I)}{\bar{T}(I)} \cdot 100\% ,$$

где: $\bar{T}(I)$ и $\bar{T}(II)$ - средние значения, вычисленные соответственно с использованием формул (3) и (4).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Задание 3

Необходимо определить зависимости математического ожидания (среднего значения) износа деталей $y(t)$ и дисперсии $D(y(t))$ от пробега (наработки) используя данные из таблицы 4. Параметры искомых зависимостей следует рассчитать с использованием правила определения прямой, проходящей через две точки с известными координатами.

Таблица 4

Результаты обработки измерений износа деталей подвижного состава

Расчетная величина	Предпоследняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Пробег, t_1 , тыс.км Средний износ, $\bar{y}_1$, мм Дисперсия износа $D(y_1)$, мм ²	Первое измерение									
	50	25	75	80	40	60	90	30	65	20
	0,149	0,081	0,218	0,232	0,123	0,177	0,259	0,094	0,091	0,067
	0,00098	0,0005	0,00147	0,00157	0,00079	0,00118	0,00176	0,0006	0,00128	0,0004
Пробег, t_2 , тыс.км Средний износ, $\bar{y}_2$, мм Дисперсия износа $D(y_2)$, мм ²	Второе измерение									
	150	125	175	180	140	160	190	130	165	120
	0,424	0,430	0,493	0,507	0,397	0,452	0,534	0,369	0,466	0,342
	0,00292	0,00244	0,00341	0,00381	0,00273	0,00312	0,0037	0,0254	0,00322	0,00234

Методические указания

При выполнении задания исходят из предположения, что математическое ожидание и дисперсия износа деталей представляют собой линейные функции от пробега.

Зависимость износа «у» от пробега t представляет случайную функцию, реализация которой является монотонными убывающими функциями. Для описания случайной функции часто вполне достаточно знать, как меняются ее математическое ожидание $\bar{y}(t)$ и дисперсия $D(y(t))$ от пробега. Для описания зависимости износа от пробега могут быть использованы линейные функции:

$$\bar{y}(t) = \bar{y}_0 + at, \text{ мм} \quad (5)$$

$$D(y(t)) = D(y_0) + bt, \text{ мм} \quad (6)$$

где: $\bar{y}_0$ – среднее значение износа деталей при $t = 0$;

$D(y_0)$ – дисперсия износа деталей при $t = 0$;

a – средняя скорость увеличения износа мм/тыс.км;

b – скорость увеличения дисперсии износа, мм²/тыс.км;

t – пробег подвижного состава, тыс.км.

Искомыми параметрами функций (5) и (6) являются $\bar{y}_0$, a , $D(y_0)$, и b .

На практике для их нахождения необходимо область возможных значений пробега (нижняя граница которой $t = 0$, а верхняя находится из условия достижения предельного значения износа) разбить на несколько (10 – 20) интервалов. При каждом из разделяемых этими интервалами пробегов $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ производят измерение износа большого количества деталей и вычисляют соответствующие пробегам средние значения $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_i, \dots$, а затем дисперсия $D(y_1), D(y_2), \dots, D(y_i), \dots$. Используя метод наименьших квадратов, определяем искомые зависимости $\bar{y}(t)$ и $D(y(t))$ по имеющимся значениям t_i и y_i или t_i и $D(y_i)$.

Учитывая сложность задачи, предполагаем, что массивы данных износа для каждого t_i обработаны. Кроме того, считаем возможным определить искомые линейные зависимости, имея координаты двух точек. При таком существенном упрощении параметры «а» и «b» из (5) и (6) определяются по уравнениям:

$$a = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

$$b = \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} \quad (8)$$

Используя координаты любой из двух известных точек, находят два других параметра (например, для второй точки):

$$\bar{y}_0 = \bar{y}_2 - \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1} t_2, \quad (9)$$

$$D(y_0) = D(y_2) - \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} t_2, \quad (10)$$

Значения последних четырех уравнений (7-10) подставим в уравнения (5) и (6) получим выражения, определяющие зависимости среднего износа деталей и дисперсии от пробега:

$$\bar{y}(t) = \bar{y}_2 - \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1} t_2 + \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1} t \quad (11)$$

$$D(y(t)) = D(y_2) - \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} t_2 + \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} t \quad (12)$$

По уравнениям (11) и (12) производят необходимые вычисления пробега, указанных в таблице 5. Результаты расчетов даны в таблице 5.

Контрольный вопрос. Могут ли исходные значения среднего износа деталей $\bar{y}_0$ и дисперсии износа $D(y_0)$, соответствующие $t = 0$, быть равными 0? Отрицательными числами?

Задание 4

Требуется рассчитать средние значения $\{\bar{y}(t_i)\}$, дисперсии $\{D(y(t_i))\}$ и средние квадратические отклонения $\{\sigma(y(t_i))\}$ износа при нескольких значениях пробега, пользуясь зависимостями, полученными в задании 3. Затем требуется для тех же значений пробега определить нижнюю $y(t_i)_{\min}$ и верхнюю $y(t_i)_{\max}$ границы практически возможных значений износа.

Результаты расчёта занести в таблицу 5 и построить по ним линии, представляющие зависимость среднего износа от пробега, нижнюю и верхнюю границы практически возможных значений износа.

Таблица 5

Результаты расчета средних значений и дисперсий износа

Величина	t: Пробег, тыс.км.							
	0	50	100	150	200	250	300	350
Средний износ $\bar{y}(t_i)$, мм								
Дисперсия износа $D(y(t_i))$								
Среднее квадратическое отклонение износа $\sigma(y(t_i))$, мм								
Нижняя граница $y(t_i)_{\min}$, мм								
Верхняя граница $y(t_i)_{\max}$, мм								

Методические указания

Заполните таблицу 5, последовательно производя вычисления по формулам, полученным при выполнении задания 3, для различных значений пробега. Расчет среднеквадратических отклонений произведите по формуле:

$$\sigma(y(t_i)) = \sqrt{D(y(t_i))},$$

а значение $D(y(t_i))$ подсчитывается по формуле (12) (Задание 3)

где t – пробег в таблице 5.

Для каждого пробега подвижного состава t_i верхняя и нижняя границы практически возможных значений износа находятся по формуле:

$$y(t_i)_{\max} = \bar{y}_i \pm 3\sigma(y_i(t_i)). \quad (13)$$

Кривые, показывающие верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений износа, определяются выражениями:

$$y(t_i)_{\max} = \bar{y}_i + 3\sigma(y(t_i)) \quad (14)$$

$$y(t_i)_{\min} = \bar{y}_i - 3\sigma(y(t_i)), \quad (15)$$

Полученные зависимости иллюстрирует рисунок 2.

Зависимость среднего износа от пробега.

Нижняя и верхняя границы практически возможных значений износа

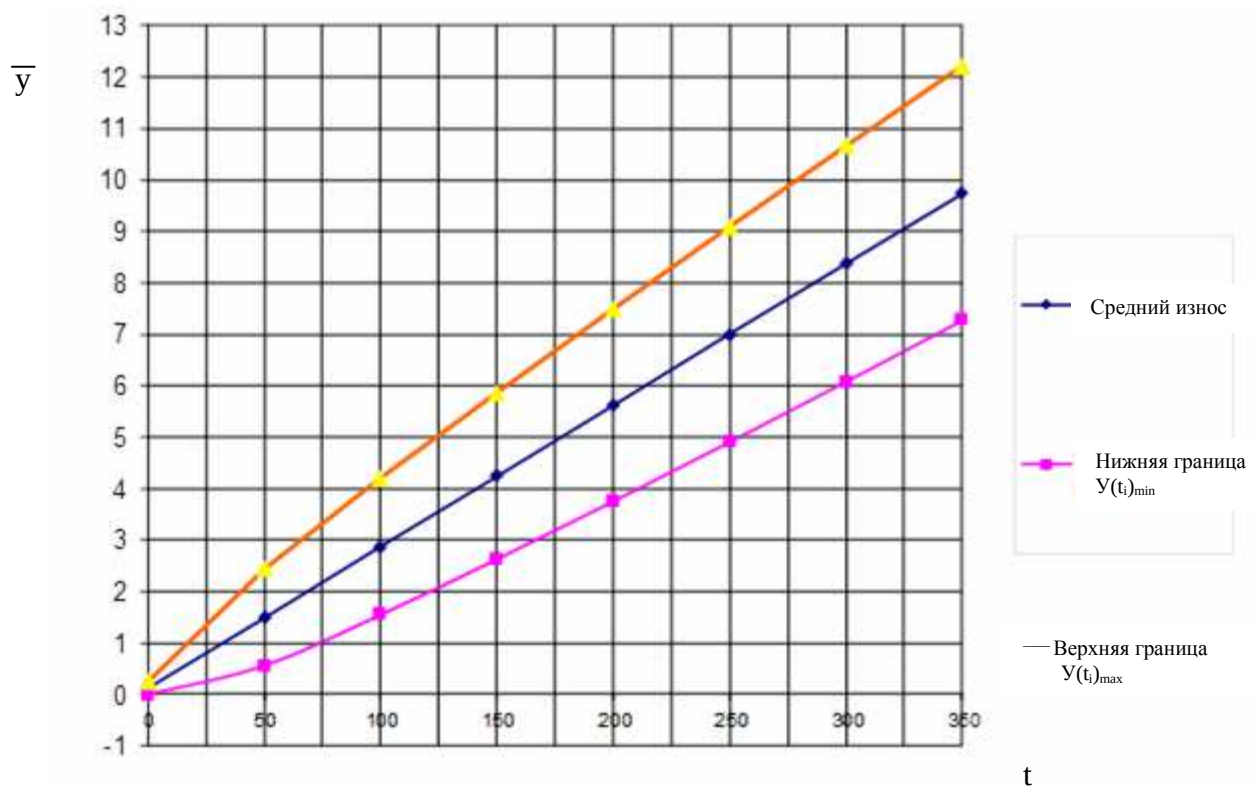


Рисунок 2

По результатам расчетов, сведенным в табл.5, постройте график зависимости среднего износа от пробега (рисунок 2). Пользуясь данными таблицы 5, постройте на этом же графике кривые, показывающие верхнюю и нижнюю границы практически возможных значений износа. Покажите на графике обе исходные точки $(t_1, \bar{y}_1)$, $(t_2, \bar{y}_2)$ и отметьте их координаты.

При построении графика рекомендуется использовать следующий масштаб: пробег – в 1 мм 1 тыс.км, износ– в 1 мм 0,05 мм износа.

Цкипуришвили В.Б., проф.

Голубцов В.М., доц.

Николаев Е.В., ст. преп.

«Надежность подвижного состава»

Задания
на контрольные работы с
методическими указаниями